Philos.
549

Elend

Einleitung 1724.

im Schulwesen.

Kopieren aus
konservatorischen
Gründen nicht gestattet

Phil. 549

Einleitung Zur Arithmetischen Wissenschafft

Zum
Gebrauch der Schulen insgemein;
Insonderheit der Lateinischen Schulen,
also eingerichtet,
Daß die nöthige
PRAXIS ARITHMETICA
deutlich gezeiget und gründlich
bewiesen wird;
Nebst angehengten
Exempel-Buch
zur täglichen Ubung,
und einer nöthigen Vorrede
Von der Absicht und Gebrauch
dieses Buchs
Auf Befehl derer Superiorum abgefasset

von
M. JOH. BALTHAS. ELEND.
Scholæ Hannov. Rect.

Verlegt von Nicolaus Förster und Sohne,
1724.

Vorbericht.

§. 1.

ARithmetica, sonst Logistica genañt, ist eine Kunst, durch Hülffe gewisser willkührlich angenommenen Zahl-Zeichen, aus den gegebenen eine verlangete Zahl, denen Umständen der Frage gemäß, zu finden.

§. 2. Wird füglich vertheilet in den gemeinen oder generalen, und in den besondern oder specialen Theil.

§. 3. In dem gemeinen Theil wird gehandelt von den allenthalben brauchbaren Rechnungs-Arten, Zahlen, und deren Zufällen: In dem besondern Theil aber wird gehandelt von einigen in besondern Stücken und Wissenschafften ordentlich nur gebräuchlichen Rechnungs-Arten und Zahlen.

§. 4. Der besondere Theil wird sich weiter theilen lassen in Arithmeticam decimalem, sexagenariam, figuratam, Cossicam, wozu auch noch Arithmetica sardorum möchte gerechnet werden, u. s. w.

§. 5. Die Zahl kan (1) an sich, oder (2) mit der Absicht auf unterschiedene vorfallende Sachen betrachtet werden: in beyderley Betrachtung hat sie die Eigenschafften, daß sie (1) kan an- oder abwachsen, und zwar eintzeln oder vielfältig; woraus denn herfliessen die so genannten 4. Species; (2) daß sie eine gewisse Verhältniß gegen eine ander gleicher Art hat, woraus die so genañten Brüche herkommen; (3) daß eine Verhältniß gegen die andere Verhältniß verglichen werden, und (4) daß eine solche Gleichheit der Proportion weiter und weiter fortschreiten kan. Daher werden wir im gemeinen Theil vier Capita nöthig haben, (1) von den speciebus in gantzen Zahlen, (2) von den Proportionen oder Brüchen, (3) von der Proportionalität oder regula detri, von denen Vortheilen in derselben und von der unterschiedlichen Application der regulen und der specierum auf mancherley Vorfälle, (4) von den Progressionen.

§. 6. Weil der Grund aller Arithmetischen Operationen deutlich sich zeigen lässet, solcher Beweiß aber aus denen Erklärungen (definitionen) Grund-Sätzen (Axiomatis) und aus denen hieraus vorgängig hergeleiteten Lehr-Sätzen (Theorematis) herfliesset, so hat man diese in jedem Capite besonders vor den Aufgaben hergesetzet.

Des ersten oder gemeinen Theils Erstes CAPITUL.

Von gantzen Zahlen.

Definitiones oder Erklärungen.

§. 7.

Eine Zahl ist eine Eigenschafft der Sachen, nach welcher sie zahlbar sind und auf die Frage: wie viel? kan geantwortet werden, in so fern sie mit Worten aussprechen oder Zahl-Zeichen bedeuten lässet.

1. Anmerckung.

§. 8. Die Zahl wird auf zweyerley Weise von dem Euclide beschrieben: (1) Eine Vielheit der Unitäten, und so ist eins keine Zahl, sondern ein Ursprung der Zahlen. Und nach diesem Begriff lässet sich eine Zahl unendlich durch einen Zusatz vergrössern, aber nicht unendlich durch Abnahm verringern: (2) Eine aliquotitas unitatum, oder das, was auf die Frage, wie viel? oder wie vielmahl? kan geantwortet werden, und so ist eins auch eine Zahl.

2. Anmerckung.

§. 9. Die Zahl an sich betrachtet, heisset Numerus abstractus, formalis, activus: Die Zahl mit einem Beynahmen der Sache, oder

Sachen mit Zahlen benennet, heissen Numerus numeratus, materialis, concretus, passivus. Und in dieser Absicht mögen die Zahlen in gantze und zerbrochene unterschieden werden, wiewohl die so genannten Brüche eigentlich nicht Zahlen, sondern Verhältnisse der Sachen gegen eines gleicher Art sind, wie im andern Capitul wird deutlicher können gezeiget werden.

§. 10. Eine gerade Zahl ist, die sich läst in zwey gleiche Theile theilen.

§. 11. Eine ungerade Zahl ist, die um eins eine gerade Zahl übertrifft, oder davon übertroffen wird.

§. 12. Eine eintzelne Zahl heisset die, so durch ein Zahl-Zeichen kan geschrieben werden, als eins (1) zwey (2) drey (3.)

§. 13. Eine zusammen gesetzte Zahl ist, die mehr als ein Zahl-Zeichen erfodert, daß sie geschrieben werde.

§. 14. Ein Periodus heisset ein Begriff so vieler Zahl-Zeichen, als zusammen genommen können ausgesprochen werden.

Zusatz.

§. 15. Da nun nach unterschiedener Völcker Mund-Art, mehr oder weniger Ziffern können zusammen genommen werden, gestalt wir nicht mehr als tausend, die Griechen Myriades, so bey uns zehn tausend; und die Frantzosen Millio-

lionen, so bey uns tausend mahl tausend heissen, auf eins aussprechen können; so folget, daß es grössere und kleinere Periodos giebet. Die Griechische Aussprache ist bey uns nicht practicabel, wohl aber die Frantzösische, darum wir, in Absicht derer, die Periodos unterscheiden mögen in einfache und gedoppelte.

§. 16. Eine Ursprungs-Zahl (numerus primus) heisset eine solche Zahl, die nicht aus einer etliche mahl zusammen genommenen Vielheit bestehet, als da sind, eins, zwey, drey, fünff, sieben, eilffe, u.s.w.

§. 17. Eine entsprungene Zahl (sonst numerus compositus, wiewohl vielleicht besser, und um alle Zweydeutigkeit zu vermeiden, numerus factus genennet) heisset eine aus einer etliche mahl zusammen genommenen Vielheit entstandene Zahl, als neun, funffzehn.

§. 18. Eine Zahl misset die andern aus, wenn sie ein oder einige mahl in der andern ohne Uberschuß enthalten ist, und davon sich abnehmen läst.

Anmerckung.

§. 19. Die drey nechst vorgängige §. 16. 17. 18. werden ihren Nutzen haben bey dem andern Capite, wo man sich hierauf beziehen wird.

§. 20. Zwey oder mehr Zahlen addiren, heisset, dieselben in eine Zahl bringen, die so groß ist, als sie alle sind.

§. 21. Eine Zahl von der andern subtrahiren, heisset, den Uberschuß der grössern über der kleinern zu suchen.

§. 22. Eine Zahl durch die andere zu multipliciren, heisset, eine Zahl zu finden, welche so viel austräget, als wenn die eine Zahl (multiplicandus genannt) so vielmahl durch addiren genommen würde, als die andere Zahl (so multiplicator heist) Unitäten hat.

Zusatz.

§. 23. Ist also die Multiplicatio eine compendiöse Art der Addition gleicher Zahlen.

1. Anmerckung.

§. 24. Den multiplicandum und multiplicatorem nennet man latera, welches deutlicher werden wird in Arithmetica figurata.

2. Anmerckung.

§. 25. Die Multiplication der eintzelnen Zahlen unter einander ist, nach dieser §. 22. ertheilten Erklärung, leicht zu machen, und enthalten in folgender Tabell, oder dem so genannten einmahl eins, deren Gebrauch leicht ist, denn man darff nur die Ober- und Seiten-Zahlen zu dem gemeinschafftlichen Winckel oder Felde führen. Die Tabell ist, wie folget:

Tabula Pythagorica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§. 26. Dividiren heißt erforschen, wie vielmahl eine Zahl in der andern enthalten, oder davon könne abgezogen werden. Die Zahl, die anzeiget, wie vielmahl eine Zahl in der andern enthalten, heisset quotiens.

Zusatz.

§. 27. Ist also divisio eine vielfältige sub-

traction, und daher concurriren zum dividiren die multiplication und subtraction.

II. Willkührliche Sätze. (Hypotheses.)

§. 28. Es wird supponiret, daß neun geltende, und eine vor sich nichts geltende Zahl-Zeichen sind, und daß sie eintzeln gelten, wie folget:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	0.
Eins.	Zwey.	Drey.	Viere.	Fünffe.	Sechse.	Sieben.	Achte.	Neune.	Null.

§. 29. Daß besagte Zahl-Zeichen in der ersten Stelle oder Stuffe (welche Stuffen von der Rechten zur Lincken gezehlet werden) einfach, in der andern zehnfach, in der dritten hundertfach; und überhaupt zu sagen, in jeder weitern Stelle, zehnmahl so viel, als in der nechst vorhergehenden Stelle, gelten.

§. 30. Daß die Nulle diene, die ledigen Stellen auszufüllen, damit die zur Lincken folgende Zahl ihren rechten Ort nach ihrer Geltung bekomme.

III. Forderungen oder Ausbedingungen. (Postulata.)

§. 31. Es wird ausbedungen, daß man jede grosse

grosse oder aus vielen Ziefern bestehende Zahl, wo es nöthig ist, in Periodos vertheilen möge.

§. 32. Daß man die Zahlen jeder Stelle, als eintzelne Zahlen, ohne Ansehung der Stelle tractiren möge, wenn nur die herausgebrachte Zahl ihre gehörige Stelle bekömmt.

§. 33. Daß man nach Erfodern durch einen Punct, von einer jeden Zahl (auch von der Null, wenn sie durch den Borg erst zehn geworden ist) Eins borgen möge.

IV. Grund-Sätze. (Axiomata.)

§. 34. Alle Theile zusammen genommen, sind so groß, als das gantze.

§. 35. Wann gleiches zu gleichem addiret oder davon subtrahiret wird, so ist dort die Summa, hie der Uberschuß, allerseits gleich groß.

§. 36. Wenn gleiche Zahlen durch einerley oder gleiche Zahlen multipliciret oder dividiret werden, so sind dort die Producta, hier die Quotienten gleich groß. (§. 35. 23. und 27.)

§. 37. Wenn zwey Zahlen, mit einander addiret, eine Summe machen, und von der Summe wird die eine Zahl wieder abgenommen, so muß der Uberschuß der andern Zahl gleich seyn. (§. 35.)

§. 38. Wenn eine kleinere Zahl von der grössern subtrahiret, einen Uberschuß lässet, so ist der

der Uberschuß mit der kleinern Zahl zusammen genommen, so groß als die grössere. (§. 35.)

§. 39. Wenn das Product zweyer mit einander multiplicirten Zahlen, durch eine derselben dividiret wird, so wird ihr Quotiente die andere Zahl seyn. (§. 37. und 23.)

§. 40. Weñ eine Zahl durch eine kleinere dividiret einen Quotienten heraus bringet, so wird der mit dem Quotienten multiplicirte Divisor ein Product geben, so groß als der Dividendus war. (§. 38. und 23.)

V. Lehr-Sätze. (Theoremata.)

§. 41. Wenn man durch tausende eine Zahl will aussprechen, oder so ausgesprochen schreiben, so kan kein Periodus mehr, und kein Mittel-Periodus weniger als drey Ziffern haben. (§. 29.)

§. 42. Was in Zusammenzehlung der Zahlen einer Stelle über 9. steiget, dasselbe wächset der folgenden Stelle in der Geltung der einzeln Zahlen zu. (§. 29. und 32.)

§. 43. Ein Borge-Punct vermindert die Zahl, wobey es stehet, um eins, vermehret aber die Zahl der vorgängigen Stelle um zehen. (§. 33. und 29.)

Anmerckung.

§. 44. Diese beyden Sätze §§. 42. 43. sind gerichtet auf die Zahlen an sich, und deren andern,

dern, dritten und weitern Stellen: was aber in benahmten Zahlen bey der ersten Stelle zu thun sey, wird an seinem Orte erinnert werden.

§. 45. So viel Nullen einer Zahl zur Rechten nachgesetzet werden, um so viel steiget ihre Geltung von einzeln zu zehenden, von zehenden zu hunderten, tausenden, u. s. w. (§. 29.)

§. 46. Welcher Stelle eine durch eine einzelne Zahl erster Stelle multiplicirte Zahl war, solcher Stelle wird auch die producirte Zahl. (§. 29. und 32.)

Zusatz.

§. 47. Daher rücket iede Stelle des Multiplicatoris das Product um so viel Stellen weiter, als ihre Stelle ist.

§. 48. Der Quotient bekommt jedes mahl die Stelle, die der Dividendus hat. (§. 46. 39.)

§. 49. Unter zweyen Zahlen, ungleich vieler Zieffern, ist die grösseste, welche die meisten Zieffern hat. (§. 29.)

§. 50. Unter zweyen Zahlen gleichender Zieffern ist die grösseste, deren letzte Zieffer zur Lincken am grössesten ist. (§. 32. 28.)

§. 51. Wenn die Stellen einer Zahl nach einander mit einer Zahl multipliciret werden, so sind alle producta zusammen genommen, so groß, als wenn die gantze Zahl auf einmahl mit eben dieser Zahl multipliciret wäre. (§. 36. 34.)

§. 52.

§. 52. Wenn alle Stellen einer Zahl nach einander durch eine Zahl dividiret werden, so sind alle Quotienten zusammen genommen, so groß, als wenn auf einmahl die gantze Zahl durch eben diese Zahl dividiret worden. (§. 28.)

§. 53. Weñ eine Zahl durch zweyerley Zahlen unterschiedlich multipliciret wird, so wird das grössere Product so vielmahl grösser als das kleinere Product seyn, so vielmahl der grössere Multiplicator grösser ist, als der kleinere. (§. 22)

§. 54. Wenn eine Zahl durch zweyerley Zahlen unterschiedlich getheilet wird, so ist der Quotient, den der kleinere Divisor heraus bringet, um so vielmahl grösser als der Quotient, den der grössere Divisor heraus bringet, um so vielmahl der grössere Divisor grösser ist, denn der kleinere. (§. 26.)

VI. Aufgaben.

Die erste Aufgabe.

§. 55. Eine geschriebene Zahl recht auszusprechen. Die Zahl sey zum Exempel:

345678903578635210021 65.

Von der rechten anzufangen, ziehet je nach drey und drey Zahlen oder Ziffern einen Strich, so ist die Zahle recht in ihre Periodos getheilet, wie folget:

34|567|890|357|863|521|002|165. (§. 41.)

Neh-

Nehmet den höchsten Periodum 34, und saget dabey siebenmahl wiederhohlet, das Wort tausend, nehmet ferner den nechst folgenden Periodum, 567, und setzet dabey sechsmahl das Wort tausend, so weiter den folgenden 890 mit fünffmahl zugesag'tem Worte tausend, und so weiter, so ist die vorgelegte Zahl also recht ausgesprochen: Vier und dreyßig t-t-t-t-t-t-mahl tausend, fünf hundert sieben und sechzig t-t-t-t-t-mahl tausend, achthundert und neuntzig t-t-t-t-mahl tausend, dreyhundert sieben und funfftzig t-t-t-mahl tausend, achthundert drey und sechtzig t-t-mahl tausend, fünffhundert ein und zwantzig tausendmahl tausend, zweytausend, einhundert, fünff und sechtzig. (§. 29.)

1. Zusatz.

§. 56. Alles Numeriren ist leicht gethan, wenn man nur drey Zahlen aussprechen kan.

Anmerckung.

§. 57. Wenn man vorgesetzte Zahlen durch Millionen aussprechen wolte, so dürffte man nur nach geschehener Eintheilung in einfache Periodos, durch Striche, wie §. 55. ist gewiesen, über dem andern Strich vom Ende ein Punct, anzudeuten, daß man Millionen, und über dem vierdten Strich zwey Puncte, anzudeuten, daß man da Millionen mahl Millionen, oder compendiöser billionen sagen solle, und also weiter

ter einen Strich vorbey, drey Puncte zum Trillionen, ꝛc. Dieses stünde also:

III *II* *I*

34|567|890|357|863|521|002|165

und hiesse: Vier und dreyßig tausend fünff hundert sieben und sechzig Trillionen, acht hundert neuntzig tausend drey hundert sieben und funffzig billionen, acht hundert drey und sechzig tausend fünff hundert ein und zwantzig Millionen, zwey tausend ein hundert fünff und sechzig. (§. 15. und 55.)

2. Zusatz.

§. 58. Wer sechs Zahlen aussprechen kan, der kan durch Millionen zählen, diß kan aber einer, der drey Zahlen aussprechen kan, vermöge des §. 56.

Die andere Aufgabe.

§. 59. Die ausgesprochene Zahl zu schreiben, zum Exempel: Fünff hundert sieben und sechzig tausend t-t-t-mahl tausend, zwey hundert und sechs tausend t-mahl tausend, vier tausend mahl tausend, acht hundert neunzehn tausend, drey hundert und sieben und viertzig. Den erst ausgesprochenen Periodum schreibet mit seinen drey Zahlen, und in gebührender Weite, daß sich nemlich drey Ziefern darin schreiben lassen,

dahin-

dahinter her so viel Striche, so vielmahl das Wort tausend dahinter genennet wird:

567 | | | | |

Bey dem andern Periodo zählet von der Rechten so viel Striche zurücke, als das Wort tausend dabey wiederholet wird, und setzet vor solchen Strich die Zahlen des andern Periodi:

567 | | 206 | | |

So zählet auch bey dem dritten Periodo so viel Striche von der rechten zurück, als das Wort tausend dabey genennet ist, und schreibet vor den Strich die Zahl:

567 | | 206 | 004 | |

Desgleichen auch die folgenden Periodos biß zu Ende:

567 | | 206 | 004 | 819 | 347

Und endlich ersetzet die leeren Plätze mit Nullen, (§. 30) so ists also recht geschrieben:

567|000|206|004|819|347. (§. 29.)

Anmerckung.

§. 60. Wenn aber die gegebene Zahl wäre ausgesprochen durch Millionen, als z. E. vier und zwantzig tausend dreyhundert Trillionen, hundert acht und funffzig Billionen, dreyßig

tausend und sechs und neuntzig, so schreibet den ersten grossen Periodum mit Zahlen, und setzet darnach einen Strich mit drey Puncten, wie auch in gebührender Weite so viel Striche und Puncten als nöthig sind. (§. 59.)

III II I

24|300| | | | | |

Setzet den andern Periodum, der die Billionen ansaget, vor die zwey Strichlein oder Puncte:

III II I

24|300| |158| | | |

So auch die übrigen Periodos, und ersetzet die leeren Stellen mit Nullen, stehet also recht:

III II I

24|300|000|158|000|000|030|096 (§. 57.)

3. Aufgabe.

§. 61. Unterschiedliche Zahlen durch addiren in eine Summe zu bringen:

Z. E. 396, 4560, 1829, 25651, 2003, 84789. Setzet die gegebenen Zahlen unter einander, so daß die letzten zur Rechsten just unter einander, und also alle Zahlen von einerley Grad unter einander stehen, ziehet einen Strich darunter, nemlich also:

396
4560
1829
25651
2003
84789

Von der Rechten anzuheben zehlet besonders zusammen die Zahlen des erstern Gradus, 6. und 9. sind 15, und eins sind 16, und drey sind 19, und 9. sind 28, die Summe aller Zahlen im ersten Grad, und weil dieses ein numerus mixtus aus zwey Gradibus bestehend, so setzet die letzte als 8. unter die Linie, die 2 als eine Zahl der folgenden höhern Grads rechnet zu den Zahlen des folgenden höhern Gradus. (§. 42.)

396
4560
1829
25651
2003
84789
2
8

So rechnet auch zusammen die Zahlen des andern Grads (mit dem Zuwachs der 2 vom vorigen Gradu, kommt 32, welche weil es Zahlen vom andern Grad sind, in dem andern Grad müssen unterschrieben werden; (§. 26.) Doch da auch diese 32 ein numerus mixtus, gehö-

ret die 3. zur folgenden höhern Stelle. (§. 42.)

396
4560
1829
25651
2003
84789
~~32~~

28

So zehlet auch die Zahlen des dritten, des vierdten, des fünfften Grads zusammen, und verfahret eben so mit der Unterschrifft, nur daß die Summe des höhesten und letzten Grads gantz unter die Linie geschrieben werde.

396
4560
1829
25651
2003
84789
~~1332~~

S. all. Zahl. 119228 (§. 34. u. §. 20)

1. Anmerckung.

§. 62. Man kan auch von der Lincken den Anfang machen, doch nicht so vortheilhafftig, wie folgende Vorstellung weiset:

396		396
4560		4560
1829		1829
25651	oder	25651
2003		2003
84789		84389
10::::		106908
16:::		1232
:29::		
::30:		118228
:::28		1
119228		119228

2. Anmerckung.

§. 63. Wann der Zahlen oder Posten gar viel sind, so addiret man erst einen Part, die Summe transportiret man zum andern Part, u. s. w. Z. E.

324	Transp.	20673	Transp.	34317
2316		716		29
278		3589		132
9137		5274		2546
8618		567		869
xx3		3489		3524
		x343		x223
20673		34317	fac.	41448

3. Anmerckung.

§. 64. Wenn Zahlen unterschiedener Sorten, z. E.

36 Thl.	12 Gr.	7 Pf.
24 =	16 =	3 =
19 =	25 =	5 =

gegeben sind, so hebet von der kleinesten Sorten, als hier von Pfennigen, an zu addiren, sind 15. Pf. das macht 1. Gr. 7. Pf. die Pfennige schreibet unter die Linie, den Gr. addiret zu den übrigen Groschen, sind 54. Gr. das ist 1. Thlr. 18. Gr. die 18. Gr. schreibet gleichfalls unter die Linie, den Thlr. rechnet mit zu den Thlr. stehet also:

	36 Thlr.	12 Gr.	7 Pf.
	24 =	16 =	3 =
	19 =	25 =	5 =
	1	1	
Summa	80 =	54	15
		18 =	7 =

4. Aufgabe.

§. 65. Eine kleinere Zahl (sie sey von geringern oder gleichem Grad (von der grössern abzuziehen, z. E. von 30546713 soll subtrahiret werden 578902.
Die Zahl, wovon subtrahiret werden soll, setzet oben, die Zahl, welche subtrahiret werden soll,

soll, unten, so, daß jeder Grad unter seines gleichen stehe:

30546713
578902

Von der Rechten anzufangen, subtrahiret jede untere von der oben stehenden Zahl ins besondere. Nemlich 2 von 3, 0 von 1 ꝛc. Den Uberschuß setzet gerade unter die Linie an seinen gehörige Grad; Da aber die untere Zahl grösser als die obenstehende ist, (wie allhier 9 von 7) so borget man von der Zahl 6 des nechst höhern Gradus eins durch einen Punct, welches solche um eins vermindert, (§. 43.) die vorhabende obere aber um zehn vermehret, und saget 9 von 17 bleibt 8, so auch 8 von 6, das ist 5, kan man nicht, man borget von der nächsten 4 eins und saget 8 von 15 bleibet 7, so auch 7 von 4, das ist 3, kan man nicht, man borget und saget 7 von 13 bleibet 6. so auch 5 von 5, das ist von 4, kan man nicht, man borget und saget, 5 von 14 bleibet 9, da denn zuvor die Null weiter borgen muß: wo aber nichts abgezogen wird, bleibet gantz übrig, und wird unter die Linie geschrieben, stehet also:

3˙0˙54˙6˙713
578902

29957811

1. Anmerckung.

§. 66. Man kan auch von der lincken anheben zu subtrahiren, aber nicht so vortheilhafftig, wie folgendes weiset:

```
30546713
  578902
--------
300:::::
--------
2997::::
--------
29968:::
--------
29967811
```

2. Anmerckung.

§. 67. Wo in der obern Zahl viel Nullen nach einander sind, muß man so lange borgen, biß zu einer geltenden Zahl, z. E.

```
4·0·0·0·0·0·0·0·3
              258
-----------------
 399999745
```

3. Anmerckung.

§. 68. Wenn Zahlen ungleicher Sorten zu subtrahiren vorkommen, als von 136. Thlr. 0. Gr. 5. Pf. soll subtrahiret werden 48. Thlr. 30. Gr. 6. Pf. So setzet iede Sorte unter ihres gleichen, und von der geringsten anzufangen, subtrahiret Pfennige von Pfennigen, Groschen von Groschen, u.s.w. Da aber 6. Pf. von

5. Pf.

5. Pf. sich nicht subtrahiren lassen, so borget einen Groschen, das ist 8. Pf. welche mit 5. Pf. 13. Pf. machen, davon subtrahiret 6. Pf. bleibet 7. Pf. weiter, da von 0. Gr. sich kein Grosche borgen läst, so borget von den Thlr. einen Thlr. oder 36. Gr. von welchen schon eins zu Pfennigen verborget, also daß es 35. Gr. nur blieben, davon 30. Gr. abgezogen, bleibet 5. Gr. endlich von 136. das ist von 135. Thlr. 48. abgezogen, bleibet 87. Thlr. stehet also:

1·3·6· Thlr.	0· Gr.	5 Pf
48 =	30 =	6 —
87 =	5 =	7 =

5. Aufgabe.

§. 69. Eine Zahl z. E. 3456. durch eine eintzelne Zahl, z. E. 7. zu multipliciren.

Durch Hülffe der Tabulæ Pythagoricæ, oder Ein mahl Eins, führet den Multiplicatorem durch alle Gradus des multiplicandi, und setzet die Producta unter der Linie also: 7 mahl 6 (6 mahl 7) ist 42. die 2 schreibet unter die Linie, die 4 behaltet in mente, als eine Zahl, die zum folgenden Gradu gehörig muß gethan werden, so auch 7 mahl 5 ist 35. und 4 dazu ist 39. schreibet wieder die 9 und 3 behaltet in mente, so auch 7 mahl 4 ist 28. und 3 ist 31. die eins schreibet wieder und die drey behaltet

in mente, endlich 7 mahl 3 ist 21, und 3 ist 24, die setzet gantz hin, weil es die letzte ist, stehet also:

	3456
	7
Product.	24192

(§. 32. und 34.)

Zusatz.

§. 70. Wenn eine Zahl durch Articulos, das ist, durch 10, 20, 30. 2c. it. 100, 200, 300, 2c. soll multipliciret werden, so multipliciret mit der geltenden Zahl, und hinter dem Product setzet zur Rechten so viel Nullen, als dem Multiplicatori anhangen, (§. 45.) Welches auch hiedurch ebenfalls erläutert wird.

Zum Exempel:

359
600
215400.

6. Aufgabe.

§. 71. Eine Zahl durch eine zusammen gesetzte Zahl (einen Multiplicatorem mehrer Figuren) zu multipliciren, zum Ex. 57903 mit 4567. Führet den ersten gradum des Multiplicatoris durch alle gradus des Multiplicandi, (§. 69.) hernach so auch den andern gradum des Multiplicatoris, iedoch, daß ihr in secundo gradu, und also unter der vorhaben-

benden multiplicirenden Zahl anhebet unterzusetzen, (§. 46.) so auch den dritten, und so weiter: und addiret alle Producta zusammen. Stehet also:

57903
4567

405321
347418
289515
231612

Prod. 264443001 (§. 28.)

I. Anmerckung.

§. 72. Man kan auch von fornen anfangen zu multipliciren, aber nicht so vortheilhafftig, wie beyde folgende Exempel weisen:

unterwerts 57903
4567

208602:
23:1::
255505
34:1:
302408
45:1:
359301
46:2:

264443001

oder

oder überwerts:

```
   4
   4343
   3922
   03610
   692199
   8687380
   28389381
2080|87903
   48677777
   486666
   4888
   44
```

2. Anmerckung.

§. 72. Nullen in der Mitte des Multiplicatoris werden überschlagen, jedoch daß die durch die geltende Zahl gemachte Producte gebührend nach ihrem Grad werden untergeschrieben: z. Ex.

```
       76346
       40003
      ------
      229038
  305384
  ----------
  3054069038.
```

3. Anmerckung.

§. 73. Wenn Multiplicandus und Multiplicator entweder beyde oder von beyden einer

am

am Ende ein oder einige Nullen hat, so werden die Nullen so lange abgestrichen, biß man mit den geltenden multipliciret hat; solche abgestrichene Nullen werden aber dem Product angehenget, und geben dann das rechte Facit. (§. 69. & 45.)

```
Z. Ex.  36 | 00           item  36 | 0000
        24 |  000               33 |
      ------------            ------------
       144                     108
       72                     108
      ------------            ------------
      86400000                1188 0000
```

4. Anmerckung.

§. 74. Man kan vortheilhafftig multipliciren, wenn man den Multiplicatorem zerfället in die Zahl, woraus er, ohne oder mit Uberschuß oder Mangel entsprungen. Z. Ex.

a) Ohne Uberschuß ist 24 entsprungen aus 4 und 6, (denn 4 mahl 6 ist 24) wenn ihr nun mit 24. sollet multipliciren 5678, so multipliciret mit 6 und das Product mit 4.

```
    5678
  --------(6
   34068
  --------(4
  136272
```

(§. 53.)

b) Mit Uberschuß, denn z. Ex. 29 sind 4 mahl 7 und 1. darum multipliciret mit 7 und das Product mit 4, so habet ihr mit 28 multipliciret

ret, dazu addiret vor dem Uberschuß eins den Multiplicandum, h. m.

```
      5678
    ------(7
     39746 (4 + 1
   -------
    158984
  ---------
Facit 164662          (§. 74. & 28.)
```

c) Mit Mangel, denn z. E. 29 sind 5 mahl 6 weniger eins, multipliciret wie vorher, und von dem letzten Product subtrahiret einmahl den Multiplicandum, wegen des Mangels eins.

```
Zum E. 5678
      ------(5
      28390
     -------(6 ÷ 1
     170340
    --------
Facit 164662   (§. 74. & 65.)
```

5. Anmerckung.

§. 75. Man kan aber auch den Multiplicatorem in solche Theile zerreissen, die zusammen genommen die Zahl des Multiplicatoris machen; da man ziemlich Vortheil hat, wenn man die Theile so findet, daß sie eine leichte Proportion gegen einander haben: Als z. E. 5678 soll mit 36 multipliciret werden: Diese 36 bestehet aus 1. 5. 30. da denn 5 fünff mahl so viel als ein, 30. sechs mahl so viel als 5 ist, dannenhero nehmet 5678 fünffmahl, kommt 28390. Diese 28390 nehmet sechsmahl, komt 170340, alle,

alle drey addiret, so komt das wahre Product heraus. Stehet also:

```
         5678  mit 36.
        28390(5      1
       170340(6      5
      ---------      30
Facit 204408             (§. 69. und 28.)
```

6. Anmerckung.

§. 76. Durch multipliciren allein resolviret man die höhern Sorten zu kleinern, wann nemlich eine Sorte nur allein ist, wie das folgende erste Exempel weiset: Wenn aber mehrerley Sorten gegeben werden, so wird nebst dem multipliciren auch das addiren gebraucht, wie das andere Exempel weiset:

1.) Einerley Sorten: z. E. 356. Thaler wie viel sind es Groschen und Pfennige?

```
   356 Thlr.
  ----- (6
  2136
  ----- (6
 12816 Gr. wie viel Pfennige?
  ----- (8
102528 Pfennige.
```

Oder

Oder auch nach gemeiner Art also:

```
   356 Thaler.
    36
  ----
  2136
 1068
 -----
 12816 Groschen
     8
 ------
102528 Pfennige.
```

2) Mehrerley Sorten, als 365. Thl. 18. Gr. 5. Pf. wie viel sind es Pfennige?

Nach gemeiner Art:

```
   365 Thlr. 18 Gr. 5 Pf.
    36
  ----
  2190
 1095
    18
 -----
 13158 Gr.
     8
 ------
105264
     5
 ------
105269 Pfennige.
```

Oder

Oder durch Vortheil:

365 Thlr. 18 Gr. 5 Pf.
———(6

2190
———(6

* 13158 Gr.
———(8

** 105269 Pfennige.

Hie sind in mente bey dem letzten Product * die 18 Gr. addiret: so auch bey dem Product ** sind die 5 Pfennige in mente addiret: Man hat sich aber in acht zu nehmen, wo die zu resolviren gegebene Zahl zu Ende Nullen hat, daß man nicht unrecht addire. Zum Ex.

53|00 Thlr. 28 Gr. 7 Pf.
36|
———

318|00
159 28
———

190828 Gr.
8
———

1526631 Pf.

7. Aufgabe.

§. 77. Eine grössere Zahle durch eine kleinere zu dividiren, z. E. 3598461 durch 423.

Setzet den Divisorem unter des Dividendi erstere Zahlen zur Lincken (doch so, daß die

oberstehende Zahl nicht kleiner als der Divisor sey. z. E.

    3598461 (
    423

Sehet zu, wie vielmahl der Divisor in der darüber stehenden Zahl enthalten (er ist aber bey nahe so vielmahl darinn enthalten, so viel mahl die zur Lincken stehende letztere Zieffer des Divisoris in der drüber stehenden enthalten) das ist hier 8 mahl, diesen Quotienten 8 setzet an seinen gehörigen Ort nach dem Circkel-Bogen, multipliciret damit ordentlich den Divisorem, das Product subtrahiret von der vorhabenden oben stehenden Zahl des Dividendi, und den Uberrest schreibet ordentlich unter den Strich, (wobey denn einmahl vor allemahl zu mercken: 1) wenn das „Product sich nicht abziehen läst, wegen seiner „Grösse, so ist der Quotient zu groß, 2) wenn „der Uberschuß dem Divisori gleich, oder grösser „ist, so ist der Quotient zu klein genommen) stehet also:

    3598461 (8   (oder 8000 §. 48.)
    423
    4384
    ————
    214

Zu dem Uberschusse 214 rücket herunter die folgende Zieffer des Dividendi, 4, und setzet abermahl unter diese 2144 den Divisorem, suchet den Quotienten 5, multipliciret und subtrahiret wie vorher stehet, also:

3598461

3598461 (85 (oder 8500)
423:
3384:

214.4
423
2115

29

Zu dem Uberschusse 29 setzet aber herunter die folgende Zieffer 6, und unter diese 296, solte abermahl der Divisor gesetzet werden, weil aber der Divisor grösser ist, als diese Zahl, und folglich niemahls darinn enthalten, so nehmet zum Quotienten eine Null, und damit hat dieser Punct seine Richtigkeit, dannenhero rücket zu 296. die folgende Zahl des Dividendi herunter, und unter die 2961 setzet den Divisorem abermahl, suchet den Quotienten, u. s. f. stehet also:

3598461 (8507 (§. 26.48.)
423:::
3384:::

214.4::
423::
2115::

2961
423
2961

0000

1. Anmerckung.

§. 78. Wer im Dividiren geläuffig ist, bedarff nicht des untergeschriebenen Divisoris, sondern es ist gnug, daß man denselben einmahl voran schreibet. Z. E.

```
423) 3598461 (8507
     3384:::
     -------
      214'4::
      211 5::
      -------
        2961
        2961
```

2. Anmerckung.

§. 79. Dem das Dividiren schwer ankommt, wegen des Quotienten, der kan durch einen Knecht (wie man es nennet) dividiren, das ist, er kan den Divisorem mit allen neun eintzelnen Zahlen multipliciret vor sich haben, wie hier unter *a)* und *b)* zu sehen, hernach acht haben, welche Zahl unter *b)* von den erstern Zahlen des Dividendi sich nächstens abziehen läßt, so weiset *a)* den Quotienten: z. E. der Divisor sey 423, der Dividendus 3598461.

a — b	
1 — 423	Hier sehet ihr, von den vodersten drey Zahlen lässet sich unter *b* keine abziehen. Von den erstern vier Zahlen aber lässet sich am nächsten abziehen 3384, darum ist 8 unter *a* der Quotient, zu dem Rest setzet die folgende Zahl des Dividendi, sind 2144, davon ihr zum höchsten und nächsten 2115 abziehet, darum ist 5 unter *a* der Quotiens, es stehet also:
2 — 846	
3 — 1269	
4 — 1692	
5 — 2115	
6 — 2538	
7 — 2961	
8 — 3384	
9 — 3807	

3598461 (8507
3384:::
————
2144::
2115::
————
2961
2961

3. Anmerckung.

§. 80. Wenn Dividendus so wohl als Divisor zur Rechten Nullen hinter sich haben, so streicht von einem so viel Nullen aus als vom andern, das übrige dividiret.

Z.E. 36000 mit 200
360ØØ(180
2::ØØ
————
16:
2:
16
————
0

4. Anmerckung.

§. 81. Wann der Divisor zur Rechten Nullen, der Dividendus aber keine hat, so setzet die Nullen zur Rechten unter die letzten Zahlen des Dividendi, und streichet sie mit einem Strich ab, das übrige dividiret,

z. Ex. 356734 mit 300

```
3567|34(1189
3:::|00
--------
 5::
 3::
--------
 26:
  3:
 24:
--------
  27
   3
  27
--------
```

5. Anmerckung.

§. 82. Wann etwas übrig bleibet nach der Division, solches hänget an den Quotienten, vermittelst eines Over-Strichs dergestalt, daß der Uberschuß über, der Divisor unter dem Strich gesetzet werden.

z. Ex.

5. Ex. 3978 mit 25 dividiret.

```
25)3978 (159 3/25
   147:
   125:
   ----
    228
    225
   ----
      3
```

In dem Fall aber, daß der Divisor abgestrichene Nullen hat, wie bey dem Exempel §. 81. war, so müssen die abgestrichenen Zahlen des Dividendi über, und die abgestrichenen Nullen unter der Linie mit hinzu gesetzet werden, also ist der Quotient in dem vorberegten §. 81, 1189 $\frac{34}{500}$ item wenn man 45683 mit 500 dividiret, so ist der Quotient 91 $\frac{183}{500}$. Stehet so:

```
456 | 83 (91 183/500
  5:| 00
 45:
 ---
  6
  5
 ---
  1
```

6. Anmerckung.

§. 83. Wenn der Divisor ein Numerus compositus oder factus ist, und sich lässet in andere Zahlen zerfällen, so kan man durch die zerfällete Zahlen vortheilhafftig dividiren, nur daß man mit dem Residuo oder übrig bleibenden sich in Acht nimmt, denn das letzte Residuum muß mit dem ersten Theiler multipliciret, und zum Product das erste Residuum addiret, unter diese Summa aber der gantze Divisor, welcher zerfället war, als ein Nenner gesetzet werden. Zum Exempel 3657 soll dividiret werden mit 36, 36 sind 4 mahl 9, dividiret 3657 mit 4, komt 914, und bleibet übrig 1, dividiret 914 mit 9, kommt 101, und bleiben übrig 5. Diese 5 multipliciret mit dem ersten Divisore 4, sind 20, und das erste Residium 1 dazu genommen, sind 21, also daß der Quotient ist 101 $\frac{21}{36}$ (§. 54) stehet also:

```
      3657
4) ─────────
      914 (1
9) ─────────
      101 (5  |  21
              | ────
                 36
```

7. Anmerckung.

§. 84. Durch dividiren reduciret man die kleinern und geringern Sorten zu höhern und grössern Sorten.

z. Ex. 268793 Pf. wie viel Gr. und Thlr.

8)———
33599 Gr. 1. Pf.
6)———
5599 (5
6)———
933 (1

Facit 933 Thlr. 11 Gr. 1 Pf.

8. Aufgabe.

§. 85. Die Probe von denen Speciebus zu machen.

1) Das Addiren wird probiret durch Subtrahiren, dergestalt, daß alle gegebene Zahlen nach einander von der Summa wieder abgezogen werden, wenn zuletzt nichts übrig bleibet, so ist die Addition richtig gewesen, (§. 37.)

zum Exempel: 345
1789
2312

Summa 4446
2312

2134
1789

345
345

000

2) Das Subtrahiren wird durchs Addiren probiret, denn wenn die Summe des Uberschusses und der subtrahirten Zahl, gleich ist der Zahl, wovon man subtrahirte, so hat man recht subtrahiret. (§. 38.) Als:

3'0'0'27
1282
28745
30027

3) Das Multipliciren wird durch Dividiren probiret; denn wenn das Product, durch den Multiplicatorem dividiret, den Multiplicandum oder durch den Multiplicandum dividiret, den Multiplicatorem wiedergiebt, so ist die Multiplication richtig gewesen. (§. 39.) Als:

```
      256
       24
   ------
     1024
      512                    Oder: 6144(24
   ------                          256:
Prod. 6144(256                     512:
       24::                      ------
       48::                       1024
   ------                          256
      134:                        1024
       24:                       ------
      120:
   ------
      144
       24
      144
   ------
```

4) Das Dividiren wird durchs Multipliciren probiret; denn wenn der Quotiente durch den Divisorem multipliciret, und das Residuum, so eines da gewesen ist, addiret wird, und das Product ist dem Dividendo gleich, so ist recht dividiret gewesen, (§. 40.)

```
z. E.  357(29              29
        12:                12
        24:              ----
   ----------              58
       117                 29(9
        12               ----
       108                357
   ----------
         9
```

Andere Proben aber sind trüglich. CA-

CAPUT II.

Von der Proportion und den Brüchen.

I. Erklärungen oder Definitiones.

§. 86. Der gemeine Messer heist eine Zahl, so zwey Zahlen, iede besonders, ohne Uberschuß theilet. (§. 18.)

§. 87. Also ist auch der grösseste gemeine Theiler oder Messer die grösseste unter denen Zahlen, welche zwey Zahlen, iede besonders, ohne Uberschuß, theilen.

§. 88. Numeri inter se primi (Zahlen, so gegen einander gehalten, Ursprungs-Zahlen sind) sind Zahlen, die keinen gemeinen Messer haben.

§. 89. Numeri inter se compositi (Zahlen, so unter sich gegen einander gehalten entsprungene Zahlen sind) sind Zahlen, die einen gemeinen Messer haben.

§. 90. Ratio heisset eine Verhältniß einer Zahl gegen die andere gleicher Art: Sie ist zweyerley: arithmetica und geometrica.

§. 91. Ratio arithmetica ist der Uberschuß einer grössern über die kleinere, so durch subtrahiren erforschet wird.

§. 92. Ratio geometrica, so auch ohne Zu-

satz Ratio, oder auch Proportio heisset, ist der Quotient, nach welchem die kleinere in der grössern Zahl enthalten ist.

Anmerckung.

§. 93. Die zwey Zahlen, zwischen welchen ein Verhältniß ist, heissen termini rationis, und zwar die eine antecedens, die andere consequens. Ist antecedens grösser als consequens, so heisset die ratio oder proportio multiplex, superpartiens und superparticularis: Ist antecedens kleiner als consequens, so heist ratio submultiplex, subsuperpartiens und subsuperparticularis; welches, wo es nöthig ist, mündlich weiter kan erkläret werden.

§. 94. Ein Bruch heisset eine Zahl, so da bedeutet ein oder etliche Stücke eines in gewisse Theile vertheilten Gantzen.

Zusatz.

§. 95. Daher gehören zwey Zahlen zu einem Bruch: Der Zähler sagt an die Stücke; der Nenner zeigt, in wie viel Stücke das gantze getheilet ist.

§. 96. Ein uneigentlich so genannter Bruch (fractio improprie dicta, oder spuria) ist eine zwar Bruch-weise geschriebene, aber doch ein oder mehr als ein gantzes in sich haltende Zahl; oder

oder ein Bruch, dessen Zähler grösser, oder so groß ist, als der Nenner.

§. 97. Fractio ficta, oder ein gedichteter Bruch, ist eine vermittelst einer unterschriebenen Eins als eines Nenners, Bruch-weise geschriebene gantze Zahl.

§. 98. Fractio fractionis, Bruch von Bruch, heissen ein oder einige Stücke eines in einige Theile getheilten Bruchs.

§. 99. Numerus mixtus, gemischte Zahl, ist eine gantze Zahl mit einem anhangenden Bruche.

§. 100. Brüche gleicher Benennung heissen Brüche, so einerley Nenner haben.

§. 101. Brüche ungleicher Benennung heissen Brüche, so unterschiedene Nenner haben.

§. 102. Brüche zu gleicher Benennung zu bringen, heisset andere, aber den gegebenen an der Geltung gleiche Brüche zu finden, die einerley Nenner haben.

§. 103. Vermischte Zahlen zu lauter Brüchen zu machen, heisset, einen uneigentlich genannten Bruch zu finden, der der vermischten Zahl gleich sey; (dieses wird auch sonst genannt, einen Bruch einrichten.)

§. 104. Einen uneigentlichen Bruch zu gantzen zu machen, heist, eine gantze oder vermischte Zahl zu finden, die dem Bruche gleich sey; (heist sonst einen Bruch reduciren.)

§. 105. Einen Bruch aufzuheben, heist, einen

aus

aus grossen Zahlen bestehenden Bruch, ohne Abgang seiner Geltung in kleinere Zahlen zu bringen.

II. Willkührlicher Satz.

§. 106. Der Zehler eines Bruchs wird über, der Nenner aber unter den Strich drunter gesetzet.

III. Grund- und Lehr-Sätze.

§. 107. In ie mehr gleiche Stücke ein gantzes getheilet ist, ie kleiner ist ein Stücke: und in ie weniger Stücke ein gantzes getheilet ist, ie grösser ist ein Stücke.

§. 108. Was nicht alle Stücke oder Theile eines Gantzen hat, ist kleiner als ein Gantzes.

§. 109. Eine iede Zahle misset sich selbst durch eins.

§. 110. Was alle Theile eines Gantzen misset, das misset auch das gantze.

§. 111. Wenn eine Zahl eine andere Zahl misset, so misset sie auch die, die durch die gemessene Zahl gemessen wird.

§. 112. Eine Zahle mit einer Zahle multipliciret bringet einerley Product, man nehme zum Multiplicatore oder Multiplicando unter beyden, welche man wolle.

§. 113. Wenn zwey Zahlen mit einer Zahl multipliciret werden, so haben die Producta

eben die Proportion unter einander, welche die multiplicirte Zahlen haben. (§. 53. 92.)

§. 114. Wenn zwey Zahlen durch eine Zahl dividiret werden, so haben die Quotienten die Proportion gegen einander, welche die dividirte Zahlen haben. (§. 113. 39.)

§. 115. Ein Bruch ist eine Proportion.

§. 116. Zwischen dem Gantzen und seinem Theile ist eine Proportion.

§. 117. Ein Bruch verhält sich gegen ein Gantzes, wie der Zehler zum Nenner sich verhält.

§. 118. Brüche gleicher Nenner verhalten sich gegen einander wie ihre Zehler.

§. 119. Brüche gleicher Zehler verhalten sich gegen einander reciproce, oder verwechselt wie ihre Nenner. (§. 54. 113.)

Zusatz.

§. 120. Man siehet hieraus, daß unter zwey Brüchen eine Proportion oder Verhältniß sey, wie unter zwey Zahlen.

§. 121. Ein Bruch, der Zehler und Nenner gleich groß hat, gilt ein Gantzes: und umgekehrt, ein Gantzes ist so viel als ein Bruch, dessen Zehler und Nenner gleich groß sind. (§. 94. 95.)

§. 122. Unter Brüchen gleicher Benennung ist der grösseste der, dessen Zehler grösser ist. (§. 118.)

§. 123. Unter Brüchen gleicher Zehler ist der grösseste, dessen Nenner kleiner ist. (§. 119.)

§. 124. Um so viel der Zehler eines Bruchs vermehret wird, um so viel grösser wird er, als er war. (§. 122.)

§. 125. Um so viel der Nenner eines Bruchs vermehret wird, um so viel kleiner wird er, als er war. (§. 123.)

Zusatz.

§. 126. Wenn Zehler und Nenner gleich viel mahl vermehret oder verringert werden, so bleibt der Bruch einer Grösse. (§. 124. 125.)

§. 127. Um so vielmahl der Nenner in einem Zähler enthalten, so viel Gantze sind in dem Bruche.

IV. Aufgaben.

I. Aufgabe.

Einen Bruch zu schreiben.

§. 128. Setzet den Zehler über den Nenner unter den Strich, zum Exempel, Zwey-Drittel schreibet $\frac{2}{3}$. (§. 106.)

Zusatz.

§. 129. Mixti numeri werden so geschrieben, daß der Bruch zu der rechten Hand der gantzen Zahl angehenget sey, zum Exempel, drey und vier fünff-Theil schreibet $3\frac{4}{5}$.

2. Aufgabe.

§. 130. Eine vermischte Zahl (numerum mixtum) in einen Bruch zu verwandeln, zum Exempel $5\frac{3}{4}$.

Mit dem Nenner (4) multipliciret die gantze Zahl (5) zum Product adduciret den Zehler (3) kommt 23, vor den Zehler; darunter setzet den Nenner (4) so ist $\frac{23}{4}$ der gesuchte Bruch, der so groß ist, als $5\frac{3}{4}$. (§. 127.)

3. Aufgabe.

§. 131. Einen uneigentlich so genannten Bruch zu gantzen zu machen, z. Ex. $\frac{57}{5}$.

Mit dem Nenner (5) dividiret den Zehler (57) so ist der Quotiens die gesuchte Zahl, nemlich $11\frac{2}{5}$. (§. 127.)

4. Aufgabe.

§. 132. Zu zweyen Zahlen (wenn es numeri inter se compositi sind) den gemeinen grössesten Theiler zu finden, z. Ex. zu 291, 1067 dividiret die grössere durch die kleinere, bliebe nichts übrig, so wäre die kleinere der gemeine Theiler; Da aber zum Uberschuß noch bleibet 194, muß hiedurch der vorige Divisor 291 dividiret werden, bliebe nichts übrig, so wäre 194 der gemeine Divisor; Da aber noch 97 übrig bleiben, muß man weiter durch diesen Uberschuß den vorigen divisorem dividiren,

und weil nun nichts mehr übrig bleibet, so ist der letzte Divisor der gemeine Divisor, denn er theilet just 194. Ergo auch 194 und 97, das ist 291. Er theilet just 291 und 194. Ergo auch drey mahl 291 und 194, das ist 1067. (§. 110, 86.)

1. Anmerckung.

§. 133. Wo in der Division eine Unität übrig bleibet, ist es eine Anzeige, daß es numeri inter se primi sind, und keine Zahl zum gemeinen Theiler haben, als 49. 81.

2. Anmerckung.

§. 134. Diß dienet nicht allein einen Bruch, sondern auch mehrere Brüche einer Benennung zu den geringsten Terminis zu bringen, wie §. 135. und §. 139. wird gezeiget werden.

5. Aufgabe.

Einen Bruch aufzuheben.

z. Ex. $\frac{582}{2134}$

§. 135. Suchet zum Zehler und Nenner den gemeinen grössesten Theiler h. l. 194, (§. 132.) theilet hiedurch so wohl den Zehler als Nenner, die beyderseitliche Quotienten Bruchs-weise ordentlich gesetzet, geben einen Bruch, so eben

so viel gilt als der vorgegebene (§. 126.) stehet also:

$$\overset{194}{\frac{582}{2134}} \Big| \frac{3}{11}$$

Anmerckung.

§. 136. Einige heben durch die erste Zahl, 2, 3, 5, auf, allein diß kommt auf ein Errathen an, und kan doch alles nicht heben.

z. Ex. $\frac{582}{2134}$

lässet sich nicht anders, als durch 2 und denn 97, heben.

6. Aufgabe.

§. 137. Zwey Brüche ungleicher Benennung zu einer Benennung zu bringen, zum Exempel: $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$.

Mit des ersten Bruchs Nenner (3) multipliciret des andern Bruchs Zehler und Nenner, und setzet die Producte Bruchs-weise unter einander, so ist $\frac{12}{15}$ so groß als $\frac{4}{5}$ (§. 126) so auch mit des andern Bruchs Nenner multipliciret des ersten Bruchs Zehler und Nenner, kommt $\frac{10}{15}$, so groß als $\frac{2}{3}$, (§. 126.) sind also die gehobe-

nen

nen Brüche zu gleichen neuen gemacht (§. 102.) stehet also:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$

$$\frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}.$$

Anmerckung.

§. 138. Wann mehrere Brüche ungleicher Benennung zu einer Benennung zu bringen sind, als

z. E. $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7},$

so multipliciret unter einander alle Nenner, und nehmet das Product zum gemeinen Nenner, h. l. 840, diesen gemeinen Nenner dividiret durch jedes gegebenen Bruchs Nenner insonderheit, und den Quotienten multipliciret mit dem Zehler, so bekommt ihr die Zehler nach einander vor jeden Bruch; und sind also die Brüche zu gleicher Benennung gemacht, wie folget:

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{6}{7},$$

$$\frac{630}{840}, \quad \frac{672}{840}, \quad \frac{700}{840}, \quad \frac{720}{840}$$

2. Anmerckung.

§. 139. Wenn die Nenner einiger Brüche einen gemeinen Theiler leiden, so hebt man sie gegen einander auf, und multipliciret die neuen

Nenner und gemeine Maße unter einander, um den gemeinen Nenner zu haben, mit dem Zehler verfähret man, wie vorhin. Z. E.

$\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}$, hebt 3 gegen 6 durch 3, kömmt dorten 1 hier 2, item hebet 4 gegen 2 auf durch zwey, komt dort 2, hie 1: sind also mit einander zu multipliciren 1, 2, 5, 1, und die beyden Zahlen 3, 2, durch welche man aufgehoben hat, und ist der gemeine Nenner 60, stehet also:

$$\begin{array}{lcccc|l} & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ & \overline{\not{3}} & \overline{\not{4}} & -\overline{5} & \overline{\not{6}} & \\ 2.|3.) & 1- & 2- & & \not{2} & 60 \\ & & & & -1 & \\ \hline & 60, & 60, & 60, & 60 & \end{array}$$

und sind die Brüche in geringsten Terminis.

$\frac{40}{60}\ \frac{45}{60}\ \frac{48}{60}\ \frac{50}{60}$ (§. 134)

7. Aufgabe.

§. 140. Zwey unterschiedliche Brüche zu addiren. Z. E. $\frac{3}{4}\ \frac{5}{6}$

Bringet die Brüche zu einerley Benennung (§. 137.) addiret die Zehler derer zu einer Benennung gebrachten Brüche zusammen, und setzet den gemeinen Nenner darunter, so sind die Brüche addiret, (§. 20.) stehet also:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$$

$\frac{18}{24}\ \frac{20}{24}\ |\ \frac{38}{24}$ oder $1\frac{14}{24}$ (§. 131.)

oder $1\frac{7}{12}$ (§. 135.)

1. An-

1. Anmerckung.

§. 141. Wenn die Brüche schon einerley Benennung sind, so dürffen sie nicht zu gleicher Benennung erst gemacht werden, sondern die Zehler dürffen nur gleich addiret werden, als: $\frac{3}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{2}{13}$ fac. $\frac{10}{13}$.

2. Anmerckung.

§. 142. Wenn mehr Brüche zu addiren vorkommen, als z. E. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, so kan man sie alle zu gleicher Benennung machen, (§. 138.) und denn die Zehler addiren: oder man kan zwey Brüche addiren, und zu der Summe den dritten, und zu dieser Summe den vierten ferner addiren. Stehet nach der ersten Art also:

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$

$\frac{315}{420}$, $\frac{280}{420}$, $\frac{336}{420}$, $\frac{360}{420}$ | facit $\frac{1291}{420}$

oder $3\frac{31}{420}$

Stehet nach der andern Art also:

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$

$\frac{9}{12}$ $\frac{8}{12}$ | $\frac{17}{12} \times \frac{4}{5}$:

$\frac{85}{60}$ $\frac{48}{60}$ | $\frac{133}{60} \times \frac{6}{7}$

$\frac{931}{420}$, $\frac{360}{420}$ | $\frac{1291}{420}$ &c.

3. Anmerckung.

§. 143. Wenn gantze und gebrochene zu addiren vorkommen, so addiret erst die Brüche besonders, hernach die Gantzen, wozu denn die Gantzen, so aus den addirten Brüchen erwachsen können, mit zu nehmen sind. Z. Ex.

$3\frac{5}{6}$, $2\frac{1}{2}$ fac. $6\frac{1}{3}$.

Die 8. Aufgabe.

§. 144. Von einem Bruch einen kleinern Bruch, z. E. von $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$ abzuziehen. Den Bruch, welcher soll abgezogen werden, setzet zur Rechten, machet die Brüche zu gleicher Benennung, (§. 137.) (wo sie nicht schon gleicher Benennung sind) subtrahiret den Zehler zur Rechten vom Zehler zur Lincken, und unter den Uberschuß setzet den gemeinen Nenner. h. m.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$$

$$\frac{9}{12} \div \frac{4}{12} \quad \text{facit } \frac{5}{12} \text{ (§. 21.)}$$

1. Anmerckung.

§. 145. Wenn ein Bruch von einer gantzen Zahl, z. E. von 6, $\frac{3}{7}$ sollen subtrahiret werden, so verringert durch einen Punct die gantze Zahl, davon subtrahiret werden soll, subtrahiret des Bruchs Zehler von seinem Nenner, unter den Uberschuß, welcher der Zehler wird, setzet den Nenner, so ist dieser Bruch nebst der verminderten gantzen Zahl das Residuum. (§. 121.)

$6^{\cdot} \div \frac{3}{7}$ facit $5\frac{4}{7}$

2. An-

2. Anmerckung.

§. 146. Wenn ein Numerus mixtus von einer gantzen Zahl zu subtrahiren vorkommt, so subtrahiret den Bruch (nach dem §. 145.) und auch die gantze, so bey dem Bruche stund. Als von 6 subtr. $4\frac{1}{3}$ facit $1\frac{2}{3}$

3. Anmerckung.

§. 147. Wenn ein numerus mixtus von numero mixto soll subtrahiret werden, als von $9\frac{3}{4}$ subtrah. $3\frac{1}{2}$, so subtrahiret den Bruch vom Bruche, und das Gantze vom Gantzen.

$9\frac{3}{4}$. $\not{3}\frac{1}{2}$
3
———————— 2
$6 \mid \frac{6}{8} \;\; \frac{4}{8} \mid \frac{2}{4} \mid \frac{1}{4}$ facit $6\frac{1}{4}$

4. Anmerckung.

§. 148. Wo aber der Bruch zur Rechten grösser wäre, als der zur Lincken, so borget von der gantzen zur Lincken, vermittelst eines Puncts, ein gantzes, streichet den Zehler zur Lincken aus, und setzet an dessen Statt die Summe des Zehlers und Nenners solches Bruchs, (§. 121.) so könnt ihr subtrahiren:

z. E. von $9\frac{1}{2}$ subtrah. $4\frac{3}{5}$

$9\cdot\frac{1}{2}$ $4\frac{3}{5}$

4 8 15

4 10 $\frac{6}{10}$ | $\frac{9}{10}$

Facit $4\frac{9}{10}$

9. Aufgabe.

§. 149. Einen Bruch durch einen andern zu multipliciren, z. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{5}{7}$, Multipliciret die Zehler; Das Product giebet den Zehler; Multipliciret auch die Nenner, so giebt das Product den Nenner. Stehet also:

$$\frac{2-5}{3-7} \quad \text{Facit } \frac{10}{21} \quad (\S.124.125.)$$

Zusatz.

§. 150. Das Product im multipliciren der Brüche ist kleiner als der Multiplicandus, wenn der Multiplicator ein Bruch ist. (§. 108.)

1. Anmerckung.

§. 151. Wenn der eine Zehler mit dem andern Nenner gleich groß ist, so streicht man solchen Zehler und Nenner gegen einander aus, das übrige ist das Facit, z. E.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \text{Facit } \frac{3}{5} \quad (\S.\ 126.)$$

2. Anmer-

2. Anmerckung.

§. 152. Wenn eine gantze Zahl durch einen Bruch soll multipliciret werden, als 6 durch $\frac{4}{5}$, so schreibet unter die gantze eine Unität, daß ein erdichteter Bruch sey, und operiret weiter nach der Aufgabe, §. 149.

$\frac{6}{1} = \frac{4}{5}$ Facit $\frac{24}{5}$ oder $4\frac{4}{5}$ (§. 131.)

3. Anmerckung.

§. 153. Wenn numeri mixti durch gantze oder Brüche zu multipliciren vorkommen, alsdenn müssen die numeri mixti zu lauter Brüchen gemacht werden, und alsdenn verfähret man weiter nach der Aufgabe §. 149.

z. E. $2\frac{1}{2}$ mit $\frac{2}{3}$

$\frac{5}{\not 2}$ $\frac{\not 2}{3}$ Facit $\frac{5}{3}$ oder $1\frac{2}{3}$

item $2\frac{1}{3}$ mit 6

$\frac{7}{3}$ $\frac{6}{1}$ fac. $\frac{42}{3}$ oder 14.

item] $3\frac{1}{3}$ mit $2\frac{1}{4}$

$\frac{10}{3}$ $\frac{9}{4}$ fac. $\frac{90}{12}$ oder $7\frac{6}{12}$ oder $7\frac{1}{2}$ (§. 135.)

4. Anmerckung.

§. 154. Wenn Brüche von Brüchen in einen Bruch zu bringen, geschiehet solches durch multipliciren.

z. E. $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ sind $\frac{1}{2}$ (§.149. und §.98.)

5. Anmerckung.

§. 155. Durch Multipliciren wird ein Bruch benannter Wehrung zu kleinerer Wehrung gemacht oder resolviret.

z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. zu Groschen, multipliciret mit 36.

$\frac{2}{3}$ $\frac{36}{1}$ | $\frac{72}{3}$ fac. 24 Gr.

10. Aufgabe.

§. 156. Einen Bruch durch einen andern zu dividiren,

z. E. $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{5}$

Setzet den Divisorem zur Rechten; um allen Irrthum zu vermeiden, kehret den Divisorem um, so daß aus dem Zehler der Nenner und aus dem Nenner der Zehler wird, alsdenn multipliciret die Zahlen über dem Strich, und die Zahlen unter dem Strich mit einander, wie beym Multipliciren geschehen.

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{5}{2}$ | $\frac{15}{8}$ oder $1\frac{7}{8}$

(§. 124. 125.)

1. An-

1. Anmerckung.

§. 157. Wenn Gantze oder Mixti durch Brüche oder Mixtos sollen dividiret werden, so machet alle Mixtos zu Brüchen, alle Gantze zu gedichteten Brüchen, ehe ihr den Divisorem umkehret.

z. E. $3\frac{1}{2}$ durch $4\frac{1}{3}$

$$\frac{7}{2} \quad \frac{\cancel{13}}{\cancel{3}} \quad \frac{3}{13} \quad \text{fac. } \frac{21}{26}$$

item 6 durch $2\frac{1}{4}$

$$\frac{6}{1} \quad \frac{\cancel{9}}{\cancel{4}} \quad \frac{4}{9} \text{ fac. } \frac{24}{9} \left(2\frac{6}{9} \text{ od. } 2\frac{2}{3} \right.$$

item $5\frac{1}{4}$ durch 3

$$\frac{21}{4} \quad \frac{\cancel{3}}{\cancel{1}} \quad \frac{1}{3} \text{ fac. } \frac{21}{12} \left(1\frac{9}{12} \text{ od. } 1\frac{3}{4} \right.$$

2. Anmer-

2. Anmerckung.

§. 158. Durch Dividiren wird eine geringere Wehrung oder Sorte zur höhern reduciret. z. E.

$\frac{3}{4}$ Gr. wie viel Thaler.

$\frac{3}{4}$ Gr. $\frac{36}{1}$ $\frac{1}{36}$ fac. $\frac{3}{144}$ od. $\frac{1}{48}$ Thlr.

it. 3 Gr. wie viel vom Thlr.

$\frac{3}{1}$ $\frac{36}{1}$ $\frac{1}{36}$ | $\overset{3}{\frac{3}{36}}$ | $\frac{1}{12}$ Thlr.

II. Aufgabe.

§. 159. Einen Bruch dessen Zehler mehr als eins ist zu zerreissen in mehrere Brüche, derer Zehler eins ist.

Der Nenner muß eine gerade Zahl seyn, oder dazu gemachet werden, (§. 126.) alsdenn nehmet des Nenners Helffte oder Drittheil oder Viertheil vom Zehler ab, nehmet den Uberschuß, und damit verfahret weiter also, so kommen endlich Brüche, deren Zehler eine sind, z. E.

$\frac{2}{3}$ oder $\frac{4}{6}$ sind $\frac{3}{6}$ und $\frac{1}{6}$ oder $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$.

item

item $\frac{5}{6}$ sind $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$.
item $\frac{7}{9}$ oder $\frac{14}{18}$ sind $\frac{9}{18}$ und $\frac{5}{18}$, oder $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{18}$, oder $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{9}$.

1. Zusatz.

§. 160. Besser ists, wenn die Brüche so zerfället werden, daß die Zehler lauter Einen, die Nenner aber in Proportional-Zahlen anwachsen. Z. E. $\frac{5}{6}$ sind $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{12}$, item $\frac{8}{9}$ sind $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{72}$.

2. Zusatz.

§. 161. Weil Pfennige Theile von Groschen, Groschen Theile vom Thaler: item Lothe Theile von Pfunden, Pfunde vom Centner, und so weiter, sind, so können auch die kleinern Sorten in solche Brüche vortheilhafftig zerrissen werden, die zu Zehlern eins, zu Nennern proportionirte Zahlen bekommen.

Anmerckung.

§. 162. Die Ubung dieser Aufgabe und beyder Zusätze, giebt einigen Vortheil in der regul De tri kürtzer zu rechnen, wie man dann in folgenden sich darauf beziehen wird.

CAPUT III.

Von der Proportionalität und denen daher fliessenden Regulis Proportionum.

§. 163. Bey dem Vortrag von der Proportionalität, solte auch gehandelt werden von der Fortschreitung der Proportionen oder den Progressionen. Damit aber dieses Capitel nicht allzuweitläufftig werde, soll von denen Progressionen im IV. Capitel gehandelt werden; Hier aber wollen wir vornehmen 1) das Fundament der Proportions-Regeln, 2) die Vortheile, so hie und da bey dem Rechnen in den Exempeln gebraucht werden können. (3) Unterschiedliche Vorfälle, nach welchen die Application der Proportions-Regeln unterschiedene Nahmen insgemein bekommen, auch ein und anderer Neben-Erinnerungen bedürffen. Man theilet deßfalls dieses Capitel in drey Sectionen.

Erste Section.

Definitiones oder Erklärungen.

§. 164. Proportionalitas ist eine Gleichheit der Verhältnißen, zum Exempel: 2 verhält sich

gegen

gegen 3, wie 4 gegen 6, das nennet man eine Proportionalität.

1. Zusatz.

§. 165. Da nun die Verhältniß zwischen zweyen Zahlen zweyerley ist, nemlich ratio Arithmetica und Geometrica, so ist auch die Proportionalität zweyerley, Arithmetica und Geometrica, wovon wir ietzo allein handeln.

2. Zusatz.

§. 166. Weil iede Verhältniß unter zweyen Terminis ist, so erfodert eine Proportionalität wenigstens vier terminos proportionales, es wäre dann ein Terminus zweymahl genommen worden, einmahl als ein Consequens, und das andermahl als ein Antecedens, da denn derselbe eine Terminus vor zweyen Terminis stehet.

§. 167. Proportio oder Proportionalitas discreta ist, da der erste Terminus gegen den andern, wie der dritte gegen den vierdten, nicht aber wie der andere gegen den dritten sich verhält; oder in welcher ieder Terminus nur einmahl vorkommt.

§. 168. Proportio oder Proportionalitas continua ist, da ieder Mittel-Terminus zweymahl genommen wird, einmahl als Consequens, einmahl als Antecedens.

§. 169. Proportionalitas directa ist, wenn der erste Terminus gegen den andern, wie der dritte gegen den vierdten sich verhält.

§. 170. Proportionalitas indirecta oder conversa ist, wenn sich der erste Terminus gegen den vierdten, wie der dritte gegen den andern verhält.

Zusatz.

§. 171. Hieraus würde aber proportionalitas directa, wenn der dritte Terminus der erste, und der erste der dritte Terminus würde.

II. Grund-Sätze.

§. 172. Welche Zahlen einerley Proportion gegen eine dritte haben, die sind gleich groß.

§. 173. Wenn ein paar Zahlen einerley Proportion mit ein ander paar Zahlen hat, so hat es auch einerley Proportion mit dem paar Zahlen, welches mit eben dem andern paar Zahlen einerley Proportion hatte.

III. Lehr-Sätze.

§. 174. Wenn vier Zahlen directe proportioniret sind, so ist das Product des ersten in dem letzten so groß, als das Product des andern in dem dritten. (§. 113. und 172.)

1. Zusatz.

§. 175. Folglich ist das Product des ersten

in dem andern so groß, als das Product des dritten in dem vierdten, wenn die vier Zahlen indirecte proportionales sind. (§. 170. 171.)

2. Zusatz.

§. 176. Wenn also das Product des ersten in dem andern so groß ist, als das Product des dritten in dem vierdten, so ist die Proportio indirecta.

3. Zusatz.

§. 177. In Proportione directa ist das durch den ersten Terminum dividirte Product des andern in den dritten Terminum so groß, als der vierdte Terminus. (§. 174. 39.)

§. 178. Wenn vier Zahlen directe proportionales sind, daß sich der erste verhält gegen den andern, wie der dritte gegen den vierdten, so verhält sich auch umgekehrt der andere gegen den ersten, wie der vierdte gegen den dritten. (§. 174.)

§. 179. So verhält sich auch in dem Fall der erste gegen den dritten, wie der andere gegen den vierdten. (§. 175.)

§. 180. Ebenmäßig in dem Fall die Summa des ersten und andern zum ersten (oder andern) wie die Summa des dritten und vierdten zum dritten (oder vierdten.) (§. 174. 35.)

§. 181. Und denn endlich in solchem Fall die Difference des ersten und andern gegen den

ersten (oder andern) wie die Difference des dritten und vierdten zum dritten (oder vierdten) (§. 174. 35.)

§. 182. Wenn mehrere Zahlen oder termini vorhanden sind, unter welchen ie zwey und zwey einerley Proportion haben, so haben alle Antecedentes zusammen gegen alle Consequentes zusammen eben die Proportion, die ein Antecedens gegen seinen Consequentem hat. (§. 178. 180.)

183. Wenn vier Zahlen directe proportional sind, und ein Antecedens und sein Consequens werden mit einer Zahl multipliciret, so sind die Producta mit dem übrigen Antecedente und Consequente proportional. (§. 113. 173.)

Zusatz.

§. 184. Eben dieses findet sich auch, wenn die Consequentes beyde mit einer Zahl multipliciret oder auch dividiret werden, (§. 113. 173.) item, wenn die antecedentes beyde mit einer Zahl multipliciret werden. (§§. iisdem.)

§. 185. Wenn drey Zahlen iede besonders mit einer Zahl multipliciret (oder dividiret) werden, so verhält sich die Difference des ersten und andern Products gegen die Difference des ersten und dritten Products, wie die Difference der ersten und andern Zahl gegen die

die Difference der ersten und dritten Zahl. (§. 113.)

Zusatz.

§. 186. Wenn auch den Producten jeden eine Zahl addiret und subtrahiret wird, ehe die Difference wird genommen, so bleiben doch die Differencen in gedachter Proportion.

Anmerckung.

§. 187. Diß ist das Fundament der so genannten regulæ falsi oder positionum, welche man ehemahls vor ein Rathwerck angesehen, so man aus Grund- oder Lehr-Sätzen nicht herleiten, wohl aber durch Probe und a posteriori beweisen könne. Vide Sturm. Math. juvenilis p. m. 102. part. prim. Heinricus Buccæus in Exercit. Mathemat. Stifelius & alii.

IV. Aufgaben.

1. Aufgabe.

§. 188. Zu dreyen Zahlen die vierdte in directa proportione, zu finden: Die Zahlen seyn 3, 6, 8. Multipliciret den andern Terminum mit dem dritten, das Product dividiret mit dem ersten, so ist der Quotiente der vierdte verlangte Terminus. (§. 177.) Stehet also:

 3—6—8

3—6—8
6
———
48 (16 der vierdte Terminus.
3

Anmerckung.

§. 189. Es kan ein oder ander terminus in zwey oder mehr Zahlen, so zu einander addiret, oder subtrahiret, oder multipliciret, oder dividiret werden müssen, gegeben werden, welche so dann nach den Umständen der Aufgabe erst muß gesucht werden; weil aber solches überhaupt sich nicht zeigen lässet, wegen der Mannigfaltigkeit der Vorfälle, so wird man die Nutzung dieser Anmerckung in die dritte Section verspahren müssen.

2. Aufgabe.

§. 190. Zu dreyen Zahlen die vierdte Zahl suchen in verkehrter Proportion, die Zahlen sind

3, 12, 4,

setzet den dritten terminum an des ersten, und den ersten an des dritten Stelle, also:

3 12 4
4 3

machet's nach der ersten Aufgabe (§. 188.) so kommt alsdenn 9 vor den verlangten vierdten Terminum. (§. 171.)

Anmerckung.

§. 191. Man hätte auch, ohne Veränderung der Stellen, können den ersten terminum mit dem andern multipliciren, und mit dem dritten dividiren, so käme der vierdte terminus auch heraus, (§. 176. 39.) doch um einiger Ursachen willen, so in folgenden sich äussern werden, ist diese Reductio zur directen Proportion sicherer.

3. Aufgabe.

§. 192. Eine Zahl in unterschiedene Theile nach gegebener Proportion zu vertheilen. Z. E. 48 sollen vertheilet werden in solche Theile, die sich gegen einander verhalten, wie 1, 2, 3.

Addiret die Theile zusammen, kommt 6 vor die Summa aller Theile zusammen, suchet in dreyen Sätzen nach einander zu 6, 48, 1, item zu 6, 48, 2, item zu 6, 48, 3, die vierdte proportional-Zahl, nach dem §. 188, so kommt alsdann 8, 16, 24, vor die verlangte Zahlen. (§. 182.)

4. Aufgabe.

§. 193. Eine Zahl zu finden, von welcher eine gegebene Zahl in gegebener Proportion herkommt. z. E. Findet eine Zahl, die mit ihrer Helffe, vierdten Theil, und fünfften Theil 78. mache.

Nehmet eine Zahl nach Gefallen, worinn ihr vermeynet die gemeldete Theile zu haben, (es kans aber auch mehrentheils die eine thun) verhandelt die nach den gegebenen Umständen, und alsdenn suchet zu der heraus kommenden, der genommenen und der gegebenen Zahl die vierdte Proportional-Zahl (§. 188.) dieselbe ist die gesuchte Zahl (§. 183. und §. 184.) z. E.

Nehmet	20
die Helffte	10
den Viertheil	5
ein Fünfftheil	4
	39

setzet 39—20—78 kommt 40.

I. Anmerckung.

§. 194. Es ist diß die Regula falsi. Es wird aber zuweilen auch außer den Theilen der Proportion eine Zahl zu addiren (oder zu subtrahiren) gegeben, die muß alsdenn von der gegebenen Zahl erst subtrahiret (oder im andern Fall addiret) werden, ehe man den Satz gemachet. z. E. Suchet eine Zahl, welche mit ihrer Helffte, Drittheil, und 5, sechzig macht.

Setzet die Zahl sey	6
die Helffte	3
der Drittheil	2
noch fünff	5
Summa	16

lasset

lasset die fünffe hie, und auch bey der gegebenen Zahl 60 weg, und setzet in der Regul Detri:

11—6—55 Facit 30.

2. Anmerckung.

§. 195. Man kan aber auch zwey beliebige Zahlen in beyden Fällen als Hypotheses nehmen, und die heraus kommende Zahlen gegen die gegebene Zahl halten, um die Errores, das ist den Uberschuß oder Mangel zu finden, welche man neben die genommenen Zahlen mit dem Zeichen + (plus) und ÷ (minus) schreibet.

z. E. Nehmet bey der vorigen Aufgabe erstlich 20, kömmt 39, die ziehet von der gegebenen 78 ab, fehlen 39, nehmet auch 80, so kommen 78 zu viel, setzet die angenommene Zahl nebst ihren Erroribus mit gehörigen Zeichen unter einander, suchet die Difference der Errorum (welche denn bey gleichen Zeichen durch subtrahiren, bey ungleichen Zeichen aber durch addiren gefunden wird) suchet auch die Difference der genommenen Zahlen durch subtrahiren. Endlich suchet zu der Difference der Errorum, der Difference der angenommenen Zahlen und einen der Errorum, die vierdte Proportional-Zahl, welche zu der bevorstehenden Hypothesi oder genommenen Zahl, dem Zeichen des Erroris contrair addiret oder subtrahiret werden muß, so bekömmt

man die verlangte Zahl. (§. 185.) Stehet also:

Hypoth.			Errores
	20	÷	39
60)	80	+	78(117

117 — 60 — 39 facit 20 hiezu die Hyp. 20 komt 40 oder
117 — 60 — 78 facit 40 subtrah. von der Hyp. 80 komt 40.

3. Anmerckung.

§. 196. Man kan aber auch die Hypotheses mit den Erroribus verwechselt, das ist, die erste Hypothesin mit dem andern Errore, die andere Hypothesin durch den ersten Errorem multipliciren und die Producta, wofern die Zeichen der Errorum gleich sind, subtrahiren, sonst aber addiren, und diese Summe oder Difference der Productorum durch die Difference der Errorum dividiren, so ist der Quotient die verlangte Zahl. (§. 185.)

20	÷	39
80	+	78 (117
39		
3120		
1560		
1680		
117 (40		

2. Section.

Von der Regul Detri directa und ihren Vortheilen.

§. 197. In den Exempeln der Regul Detri muß (1) dasselbe, wovon die Frage ist, der dritte Terminus, was demselben am Nahmen ähnlich, der erste Terminus, das übrige der andere Terminus werden; des vierdten Termini Zahl aber bekommt den Nahmen von dem andern Termino. (2) Jeder Terminus muß ordinair unter einen Nahmen gebracht seyn oder gebracht werden, durch resolviren (oder auch reduciren.) (3) Der erste und dritte Terminus müssen einerley Nahmen haben, oder zu einerley Nahmen gebracht werden durch resolviren (oder auch reduciren.) Wenn dieses alles vorgängig in acht genom-

genommen ist, alsdenn müssen der andere und dritte Terminus mit einander multipliciret, und das Product durch den ersten Terminum dividiret werden, so ist der Quotient unter dem Nahmen des andern Termini der vierdte Terminus oder die verlangte Zahl, welche denn bißweilen bedarff zu höhern Sorten reduciret zu werden. Wenn aber bey der Division durch den ersten Terminum etwas übrig bleibet, das wird entweder Bruchs-weise dem Quotient angehänget (§. 82.) oder die überbliebene Zahl wird zu einen geringern Werth resolviret, und sodann durch eben den Divisorem weiter dividiret.

z. E. was kostet 21 ℔, 15 Loth, wenn 3 ℔. kosten 7 Thlr. 24 Gr.

wird gesetzet:

3 ℔ — 7 Thlr, 24 Gr. — 21 ℔. 15 Loth.

Die Pfunde werden in Loth, die Thaler in Groschen resolviret, und dadurch ieder Terminus zu einen, auch der erste und dritte zu einerley Nahmen gebracht.

3 ℔ — 7 Th. 24 Gr. — 21 ℔ 15 Loth

32   36   32

96 L.   276 Gr.   57

63

687 L.

276

4122

4809

1374

189612   (1975 Gr. (54 T.

96) 96 : : :   36

180

9'36 : :

864 : :   175

36

7'2'1 :   144

672 :

31 Gr.

492

480

resolviret zu Pf. : : 12 Gr.

8

96)

96 (1 Pf.

Facit 54 Rthlr. 31. Gr. 1. Pf.

§. 198. Wenn der erste Terminus eine Eine ist und bleibet, so braucht es keines Dividirens, und das Product, so der mit dem andern multipli-

tiplicirte dritte terminus giebet, hat so fort den Nahmen des andern termini, als:

1 Ell — 24 Gr. — 30 Ell.
30

Facit 720 Gr. oder 36) 720 (20 Thlr.

§. 199. Wenn der andere oder dritte terminus eine Eine ist, so braucht man des Multiplicirens nicht, sondern kan so fort dividiren: jedoch, wofern das Product aus dem andern und dritten termino kleiner wäre, als der erste, so hat man zum Quotienten einen Bruch, oder man muß den andern terminum in geringern Werth resolviren, damit man dividiren könne, als:

27 ℔ — 1 Thlr. — 9 ℔.
36

36 Gr.
9

27) 324 (12 Gr. Facit 12 Gr.

Jngleichen:

48 ℔ — 2 Thlr. — 1 ℔.
36

48) 72 (1 Gr.
48

24 Fac. 1 Gr. 4 Pf.
8

48) 192 (4 Pfen.

§. 200. Die Exempel der Regula Detri in gebrochenen Zahlen brauchten an sich selbsten keiner andern Erinnerungen, als die bey den gantzen Zahlen gegeben sind. (§. 197.) Denn man multipliciret auch hier den andern und dritten terminum mit einander, und dividiret das Product mit dem ersten termino, nach Art der Brüche, als:

$\frac{3}{4}$ Ell. — $\frac{2}{3}$ Thl. — $\frac{7}{8}$ Ell.

Facit $\frac{7}{9}$ Thlr. $\frac{14}{24}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{3}$ | $\frac{56}{72}$ (8) | $\frac{7}{9}$

Oder man wirfft den Bruch des ersten termini um, und machet aus dem Zehler den Nenner, aus dem Nenner den Zehler, und multipliciret dann in einander alle Zehler, den Zehler und alle Nenner, den Nenner zu haben. Als:

$\frac{3}{4}$ Ell. $\frac{4}{3}$ - - - $\frac{2}{3}$ Thlr. - $\frac{7}{8}$ Ell. | $\frac{56}{72}$ | $\frac{7}{9}$ Th.

Weil aber in grössern Zahlen auf solche Weise das Multipliciren sehr beschwerlich, und kaum ohne Absatz, oder auch ohne Beysorge einer Verwirrung geschehen würde; so ist es rathsam, daß man sich an eine richtige Ordnung binde. Und weil doch aus vorgängigen beyden Operationen abzunehmen, daß der Zehler des Bruchs im ersten termino mit dem Nenner des andern und dritten termini, ingleichen die Zehler des andern und dritten termini mit dem

dem Nenner des ersten termini müssen multipliciret werden: so schreibe man aller dreyer terminorum Zehler (nachdem vorgängige gantze und gebrochene zu puren Brüchen gemachet oder eingerichtet, (§ 130.) auch die gantzen, welche vor gedichtete, und Eins zum Nenner habende Brüche supponiret worden) ordentlich besonders unter einen Strich, man multiplicire den ersten Zehler mit des andern, und das Product mit des dritten Bruchs Nenner; ingleichen den andern oder dritten Zehler mit des ersten Nenner, alsdenn hat man den Satz in gantzen Zahlen, und ist weiter nichts übrig, als daß der andere und dritte terminus multipliciret, und das Product mit dem ersten dividiret werde.

$2\frac{1}{2}$ ℔ — $3\frac{1}{3}$ Thl. — $\frac{7}{8}$ ℔

5	10	7
3	2	
15	20	
8	7	
120	140	($1\frac{20}{120}$ Thlr. oder $1\frac{1}{6}$ Thlr.
	120	

§. 201. Wenn in einem oder andern Termino mehr Nahmen sind, und einer derselben, insonderheit der geringere, einen Bruch hat, ist es rathsamer, die itztgezeigte Einrichtung vor der Resolution hergehen zu lassen; Nur daß man mit dem Bruchs Nenner alle Zahlen eines Termini

mini gebührend einrichtet u. multipliciret; z. E.

2 ℔ 3¼ Lt. —— 8 Gr. 4 Pf. —— 20⅓ ℔

8 ℔ 13 Lt. —— 8 Gr. 4 Pf. —— 61 ℔

8 ℔ 13 Lt.	8 Gr. 4 Pf.	61 ℔
3	4	32
24 ℔. 39 Lt.	32 Gr. 16 Pf.	122
32	8	183
87	272 Pf.	1952 Lt.
72		272
807 Lt.		3904
		13664
		3904
		530944

807) 530944 (657 $\frac{745}{807}$ Pf.
4842
4674
4035
6394
5649
745

8) 657 (82 Gr. (2 Thlr.
64 : 36
17 72
16 10 Gr.
1 Pf.

Fac. 2 Thl. 10 Gr. 1 $\frac{745}{807}$.

§. 202. Wo aber ein terminus zwey oder mehr unterschiedene Brüche unterschiedlicher Sorten hat, so müssen sie erst zu einerley Benennung gemachet, und alsdenn die neuen Zehler und neuen gemeinen Nenner allewege gebührend, nach dem §. 200, gebrauchet werden.

15

Z. E. $\frac{2}{3}$ ℔ $\frac{3}{4}$ Lt. — x $\frac{7}{8}$ Thl. $\frac{2}{3}$ Gr. — 25 ℔

$\frac{8}{12}$ ℔ $\frac{9}{12}$ Lt. $\frac{45}{24}$ Thl. $\frac{16}{24}$ Gr.

8 ℔ 9 Lt. — 45 Thl. 16 Gr. — 25 ℔

24	12	32
192 = 216 Lt.	540 = 192 Gr.	50 Lt.
32	36	75
600	3432	800 Lt.
576	1620	
6360 Lt.	19632 Gr.	
	800	
	15705600	

15'7'05600

```
15705600(2469 Gr.(68 Thlr.
 636 ::: 0  36 :
1272 :::   216 :
---------------------
 2985 ::   309
  636 ::    36
 2544 ::   288
---------------------
 4416 :    21 Gr.
  636 :
 3816 :
---------------------
  6000
   636
  5724
---------------------
resolv.    276
zu Pf.       8
---------------------
  2208 Pf. (3 300/636 | 25/53 Pf.
   636
  1908
---------------------
   300
```

Fac. 68. Thlr. 21 Gr. $3\frac{25}{53}$ Pf.

Vortheile.

§. 203. Die Vortheile bestehen darinn, daß man die verdrießliche Resolution und Reduction spahren kan. Solches gehet an in den Aufgaben, wo der erste terminus ein Eins ist,

und geschiehet erst, wenn man die Zahlen des dritten Termini zerreisset in solche Theile, die zusammen addiret, die Zahl ausmachen, mit jedem Theile aber die Sorten des andern Termini multipliciret (welches denn bequem geschiehet, wenn die Theile eine leichte Proportion gegen einander haben) und die Producta gebührend addiret. (§. 75.) Z. Ex.

1 Ell. —	2 Thlr.	8 Gr.	6 Pf. —	366
				1
	11	7	6 (5	5
	22	15	4 (2	10
	112	5	4 (5	50
	672	33	0 (6	300
Facit	820	34	4	

Hie sage ich: 1 Elle thut = = 2 Thl. 8 Gr. 6 Pf. 5 Ellen fünffmahl so viel, nemlich fünff mahl 6 Pf. das ist 3 Gr. 6 Pf., fünffmahl 8 Gr. das ist 40 Gr. mit 3 Gr. dazu 43 Gr. oder 1 Thl. 7 Gr. fünff mahl 2 und 1 dazu, sind 11 Thaler zusammen = = = 11 = 7 = 6
10 Ellen thun 2 mahl so viel als 5 Ell. 22 = 15 = 4
50 Ellen 5 mahl so viel als 2 Ellen 112 = 5 = 4
300 Ell. 6 mahl so viel als 50 Ellen 672 = 33 = 0

Kosten 366 Ellen 820 = 34 = 4

it. 1 ℔ — 1 Thl. 13 Gr. 4 Pf. — 36 ℔ 10 Lt.

			1	8 ist $\frac{1}{4}$ ℔
6	31	4	(5 5	2 ist $\frac{1}{4}$ von
41	9	0	(6 30	8 Lt.
	12	3	($\frac{1}{4}$ ℔	
	3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	
Facit 49	33	$3\frac{3}{4}$		

§. 204. Noch näher erhält man dieses (2) wenn man den dritten Terminum zerfället in kleinere Zahlen, welche durch Multipliciren, entweder ohne Uberschuß und Mangel, oder doch mit Uberschuß oder Mangel, die Zahl heraus bringen, da man denn das Product der einen mit dem Product der andern Zahl multipliciret, und wo es nöthig, wegen des Uberschusses, das gehörige addiret, wegen des Mangels das gehörige subtrahiret, und also vortheilhafftig zum Facit gelanget. (§. 74.) Z. E.

1 Ell. — 3 Thlr. 14 Gr. — 25 Ell.

		(5	5
16	34		5
		(5	
Facit 84	26		

Saget 5 mahl 14 Gr. ist ein Thlr. 34 Gr. 5 mahl 3 Thlr. sind 15, und 1 ist 16, zusammen 16 Thlr. 34 Gr. Weiter 5 mahl 34 Gr. sind 5 Thlr.

weniger 10. Gr. oder 4 Thlr. 26 Gr., 5. mahl 16 Thl. sind 80 und 4 dazu, 84 Thlr. Sind also 5 mahl fünff 3 Thlr. 14 Gr., 84 Thlr. 26. Gr. oder

1 Ell. — 3 Thlr. 14 Gr. — 25 Ell. 25 sind 6 mahl
(6 6 4 und 1
20 ⸗ 12 ⸗ 4+1
(4
24 Ell. 81 ⸗ 12 ⸗
1 Ell. 3 ⸗ 14 +1

Facit 84 ⸗ 26 ⸗

---

it. 1 Ell. — 18 Gr. 6 Pf. — 31 Ell. 31 sind 5
5 m. 6+1
6+1
2 Th. 21 ⸗ 6

30 Ell. — 15 ⸗ 22 ⸗ 4
1 Ell. 18 ⸗ 6

Facit 16 ⸗ 5 ⸗ 2 ⸗

oder

1 Ell. — 18 Gr. 6 Pf. — 31 Ell. 31 sind 4
8 mahl 8 ÷ 1
4 ⸗ 6 ⸗ 0 4 ÷ 1

32 Ell. 16 ⸗ 24 ⸗ 0
÷ 1 Ell. 18 6

16 ⸗ 5 2

§. 205.

§. 205. Man kan aber auch (3) das Multipliciren mit dem Dividiren vortheilhafftig verwechseln, damit man das Facit ohne Reduction gleich in höhern Sorten bekömmt, wenn man vornehmlich beym andern Termino die kleinere Sorten in solche Brüche höherer Sorten verwandelt, deren Zehler Unitäten sind, §. 161. da man denn mit dem Nenner den dritten Terminum dividiren kan. Z. E.

1 ℔ — 7 Gr. 4 Pf. — 356 ℔

6 Gr. $\frac{1}{6}$ Thlr.	6)	59	12
1 Gr. $\frac{1}{6}$ von sechs od. von 6 Gr.	6)	9	32
4 Pf. $\frac{1}{2}$ von Gr.	2)	4	34
		Facit	74 Th. 6 Gr.

Hier würde das Facit 356 Thlr. seyn, wenn 1 ℔ 1 Thlr gälte, nun aber sind 6 Gr. der sechste Theil vom Thaler, darum dividiret man 356 mit 6, kommt 59 Thlr. 12 Gr. so viel brächten 356 ℔, wenn 1 ℔ 6 Gr. kostete: 1 Gr. ist der sechste Theil von 6 Gr. drum thut 1 Gr. noch den sechsten Theil von 59 Thlr. 12 Gr. das ist 9 Thlr. 32 Gr. 4 Pfen. ist die Helffte eines Groschen, darum betragen 4. Pf. auf die 356 ℔ noch die Helffte von 9 Thlr. 32 Gr. das ist 4 Thlr. 34 Gr. alles zusammen gerechnet thut 74 Thlr. 6 Gr.

item 1 Thlr. — ℔ 20 Loth — 89 Thlr.

16$\frac{1}{2}$ ℔ 267 ℔
4$\frac{1}{4}$ v. $\frac{1}{2}$ ℔ 44 „ 16 Loth
11 „ 4 „

322 ℔ 20 Loth

§. 206. Es bestehet (4) ein Vortheil im Rechnen, wenn der erste Terminus gegen den andern oder dritten Terminum sich aufheben und also der Satz in kleinere Zahlen sich bringen lässet. Z.E.

4 Ell. — 2 Thl. 25. Gr. — 27 Ell.
4) 1 4) 9

24 Gr. 2 Pf. 3

(9
6 „ 2 „ 2 „
(3
Facit 18 „ 6 „ 6 „

item 9 ℔ — 5 Thlr. 15 Gr. 5 Pf. — 3 ℔
3) — 3) — 3)
3 1 „ 29 1$\frac{2}{3}$ Pf. 1
3) —
1

Facit 1 Thlr. 29 Gr. 1$\frac{2}{3}$ Pf.

item

it. 6 ℔ — 3 Thlr. 19 Gr. 1 Pf. — 16 ℔
3) 2 3) ———————— 2) 8
2) 1 1 : 6 3
———————— (8
Facit 9 : 15 : 0

§. 207. Endlich (5) wenn der erste Terminus an sich und gegen die übrigen Terminos eine Ursprungs-Zahl ist, so wird doch der letzte oder erste Terminus sich wohl zerreissen lassen in Theile, die unter einander einige Proportion haben, da denn wenigstens einiger Vortheil ist. z. E.

7 Ell. — 20 Thlr. 4 Gr. — 30 Ell.
7
21 —— 60 : 12 : 21
1 —— 2 : 30 : $6\frac{2}{7}$ Pf. 1
1 —— 2 : 30 : $6\frac{2}{7}$ Pf. 1
————————
Fac. 30 Ell. — 86 Thlr. 5 Gr. $4\frac{4}{7}$ Pf.

————————

item 8 Ell. — 15 Thlr. 7 Gr. — 5 Ell.
bleibet 2) 4 —— 2) 7 : 21 : 4 Pf. 4
stehen 4) 1 —— 4) 1 : 32 : 3 1
————————
5 Ell. —— 9 : 17 : 7 Pf.

§. 208. Bey einigen Exempeln lassen sich mehr als ein Vortheil anbringen, welches die Ubung lehren wird:

F 5 Zum

Zum Exempel:

3 ℔ — 7 Thlr. 6 Gr. — 72 ℔?
3) — 3) — — —
1 2 = 14 Gr. 8
— — — — (8 9
19 = 4
— — — — (9
172 Thlr. 0

oder

3 ℔ — 7 Thlr. 6 Gr. — 72 ℔?
3) — — — — (6 3) —
1 43 = 0 24
— — — (4 6
172 = 0 4

oder

3 ℔ — 7 Thlr. 6 Gr. — 72?
3) — 3) — —
1 24
— — (7
168
$\frac{1}{6}$ Thlr. 4
Facit 172

oder

3 ℔ — 7 Thlr. 6 Gr. — 72?
3) — 3) — — — — (2
1 2 = 14 144
12 $\frac{1}{3}$ 24
2 $\frac{1}{6}$ 4
Fac. 172

oder

oder

3 und 9 sind 12	3 ℔ —	7 Thlr.	6 Gr. —	72
				3
	9	21	18	9
	12 (4	28	24	12
	48	114	24	48
		172 =	0	

oder

3 ℔ —	7 Thlr.	6 Gr. —	72?
(5		(5	
15	35 =	30	
(4		(4	
60	143 =	12	
75 —	179 =	6 Gr.	
÷3 —	7 =	6 =	
Fac.	172 =	0	

§. 209. Bey den Brüchen können diese Vortheile alle auch angebracht werden, wenn man nur den §. 159. und §. 160. wohl innen hat; doch einer besser als der andre, welches auf die Ubung ankömmt. Wir wollen einige Exempel setzen:

1 Ell. —— $2\frac{3}{4}$ Thlr. —— $7\frac{2}{3}$ Ell.

(7 7

$19\frac{1}{4}$,,

$1\frac{1}{12}$ - - $\frac{1}{3}$

$1\frac{1}{12}$ - - $\frac{1}{3}$

$21\frac{1}{12}$ Thlr.

Oder: 1 Ell. — $2\frac{3}{4}$ Thl. $7\frac{2}{3}$ Ell.

(7

$19\frac{1}{4}$ 7

$1\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{11}{24}$ $\frac{1}{6}$

Facit $21\frac{1}{12}$ Thlr.

Oder: 1 Ell. — $2\frac{3}{4}$ Thlr. — 7($\frac{2}{3}$ Ell.

$\frac{1}{2}$ (2 $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ 14 : $\frac{1}{4}$

3 ,, 18. Gr. ,, : :

1 ,, 27 ,, ,, : :

NB. $\frac{2}{3}$ Ell. ist $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ oder $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{2}$.

1 ,, 13 ,, 4 Pf. $\frac{1}{2}$:

16 ,, 4 ,, $\frac{1}{3}$

Facit 21 ,, 3 ,, 0 Pf.

Item: 5½ ℔ —— 23 Thlr. 8 Gr. — 7 ℔

——(2		——————(2			
11		46	:	16	1
11)——		11)——————			2
1	:	4	:	8	4
2	:	8	:	16	
4	:	16	:	32	
	Facit	29	:	20 Gr.	

Oder: 5½ ℔ —— 23 Thl. 8 Gr. — 7 ℔

——(2		——————		—(2	
11) 11	———	23 Thl.	8 Gr.	—14	
1	11)	2	:	4	
2		4	:	8	
14		29	:	20 :	

Die dritte Section.

Von der Application der Regul Detri auf unterschiedene Vorfälle, und denen daher unterschiedlich so genannten Regeln.

§. 210. Oben, und zwar §. 163, ist vorläuffig erinnert worden, daß man bey ein oder anderm Termino der Regul Detri eine Addition, Subtraction, Multiplication, u. s. w. vorgän-

gängig bedürffe. Und weil daher wegen einigen Vorfällen der Regul Detri Nahmen unterschiedlich insgemein gegeben werden, dabey auch ein und ander Kunst-Wort zu erklären vorkommt: so wird nöthig seyn, vorerwehnte Erinnerung ordentlich auszuführen.

§. 211. Vor allen ist nöthig, ein Merck-Zeichen an Hand zu geben, wovon man abnehmen kan, ob ein Satz nach der Regul Detri directa oder indirecta, oder welches eben so viel ist, conversa, gehöre? Derselben Merck-Zeichen sind zwey. 1) Wenn die gesuchte Zahl nach dem natürlichen Begriff der Aufgabe über den andern Terminum anwachsen, oder unter solchen Terminum abwachsen soll, so, wie der dritte Terminus über den ersten anwächset, oder unter denselben abwächset, so gehöret der Satz zu der Regul Detri directa: Wo aber die gesuchte Zahl, so über den andern Terminum an- oder darunter abwächset, wie der erstere über den dritten an- oder darunter abwächset, so gehöret der Satz nach der Regul Detri conversa, oder indirecta, (§. 169. 170.) Z. E. 1 ℔ kostet 2 Thl. was 6 ℔? Die gesuchte Zahl muß mehr bringen als 2 Thl, wie 6 ℔ mehr sind als 1 ℔, darum gehöret der Satz zur Regul Detri directa. Item: 1 Centner kostet 20 Thl. was 1 ℔? Die gesuchte Zahl muß weniger seyn als 20 Thl. wie 1 ℔ weniger ist als 1 Centner oder 112 ℔, drum gehöret der Satz zur Regul Detri directa.

Aber

Aber wenn 4 Männer ein Feld abmähen können in 4 Tagen, und gefraget wird, wie viel Zeit 8 Männer darauf zubringen, so verstehet sichs, daß weniger denn 6 Tage erfodert werden, wie der erste Terminus weniger als der dritte Terminus ist, drum gehöret dieser Satz zur Regul Detri conversa. It. Wenn eines Lakens, so 3 Ellen breit ist, werden zum Teppig 20 Ellen lang erfodert, wie viel Ellen muß des Unter-Futters dazu seyn, das nur 2 Ellen breit ist? Mehr als 20 Ellen, wie der erste Terminus mehr als der dritte ist, drum gehöret der Satz zur Regul Detri conversa.

2) Wenn nun aus den Umständen der Aufgabe natürlich erhellet, daß die gesuchte Zahl mit dem dritten Termino multipliciret, eben so groß seyn muß, als der erste Terminus mit dem andern, so gehöret der Satz zur Regul Detri conversa; sonst aber, und wo dieses nicht ist, so gehöret der Satz zur Regul Detri directa.

Regul Detri conversa.

§. 212. Die Sätze der Regulæ Detri conversæ werden dergestalt zur Directa gebracht, daß man den dritten Terminum zum ersten und den ersten zum dritten machet, und alsdenn nach der Regul Detri verfähret, so wird die gefundene Zahl die rechte Zahl seyn. (§. 190.) Zum Exempel: Aus einem Malter

Ro-

Rocken können gebacken werden 172 dreypfündige Brodt, wie viel vierpfündige Brodt können daraus gebacken werden, setzte man die Frage zuletzt und zur Rechten, so stünde es also:

3 ℔ — 172 Brodt — 4 ℔

Weil aber der Satz zur Conversa gehöret, so wird der erste Terminus gegen den dritten umgewechselt, und weiter nach der Regula directa verfahren:

3 ℔ —— 172 Brodt —— 4 ℔?
4 — 172 —— 3
3
———
516
4) ———
129 Brodt.

Von Tara.

§. 213. Tara heist ein Abzug an Zahl, Maaß oder Gewichte gewisser Wahren. Bruto heist Zahl, Maaß oder Gewichte der reinen Waaren mit samt dem Abzuge. Netto heist Zahl, Maaß und Gewichte nach geschehenem Abzuge. Es ist Tara dreyerley: 1) Ein gemeiner Abzug, wenn Tara gegeben, oder ohne die Regul Detri doch zu finden, 2) Tara auf: wenn etwas über oder auf gewisse Zahl, Maaß oder Gewichte zugegeben wird. 3) Tara von, in, oder an, wenn an einer gewissen Zahl, Maaß oder Gewichte etwas geschencket wird.

Gemein

Gemein Tara.

§. 214. Gemein Tara wird schlechthin abgezogen von der Zahl, Maaß oder Gewichte, und das reine laut der Ausgabe berechnet. Z. E. 4 Faß wägen Brutto 770 ℔, Tara vor jedes Faß 20 ℔, 100 ℔ Netto werden bezahlet vor 16 Thlr. 24. Gr. was ist die Zahlung?

100 ℔ Nett.	16 Th.	24 Gr.		670 ℔ Bruto.
500	83	12		÷ 80 ℔
50	8	12		
10	1	24		690 Nett.
30	5	0		Tara vor iedes Faß
690 ℔	115 Thl. Facit.			20 ℔
				4
				80

Item: Einer kaufft 4 Faß, wägen Bruto 770 ℔. vor 115 Thlr, nemlich 100 ℔ Netto, vor 16 Thaler 24 Gr. wie viel Tara ist darbey?

16 Thl. 24 Gr. — 100 ℔ Netto — 115 Th.

4) ——— ——— 4) ——— ——— ——— (6

4 : 6 25 690 nett.

————— (6 ———— (6

25 : : 150

25) ———— 25) ————

1 6 ℔ Brutto 770

Netto 690

Facit Tara 80 ℔ ist iedes Faß 20 ℔.

Tara auf.

§. 215. Wenn Tara auf vorkommet, so addiret man Tara oder Zugabe zu der Zahl, Maaß oder Gewichte, worauf sie zugegeben wird, und das wird der erste Terminus; die Zahl, Maaß oder Gewichte, worauf sie zugegeben wird, allein, ist der andere Terminus; Brutto ist der dritte Terminus, und die gesuchte Zahl ist netto, welche denn weiter zu berechnen bleibt. Oder man kan auch so fort in dem andern Termino setzen den Preiß, so kommt der Preiß heraus. Z. Ex. Einer kaufft 2652 Schock Aepffel, das Schock zu 8 Gr., jedoch daß 5 Stück auf iedes Schock zugegeben; wie viel Schock bezahlet er, und wie viel beträgts am Gelde?

65 Sch. — 60 Sch. — 2652 Sch.

5) —— 5) —— 13) ——

13 ; 12 204

13) —— 12

1 ——

408

204

——

2448 Sch. netto.

1 Sch. — 8 Gr. — 2448

6(1/6 6) ——

2 (1/3 408

3) 136

——

544 Thlr.

Oder:

Oder: 1 Sch. 5 St. — 8 Gr. — 2652 Schock

13 Sch.	——(12	13)——
13)——	2 Th. 24	204
1	18 (½	——(2
	6 (⅓	408
		102
		34
		544 Thaler Zahlung.

Ferner: 8 Gr. —— 1 Sch. —— 544 Thlr.

——(9	——(9
2 Thlr.	4896
2)——	2)——
1	2448 Sch. nett.

Tara von, in oder an.

§. 216. Tara von, in oder an Zahl, Maaß oder Gewichte ist, wenn in einer benahmten Zahl ein gewisser Theil geschencket, das übrige aber bezahlet wird. Hie wird netto gefunden, wenn im ersten Termino das Gantze, woran etwas geschencket wird, mitten der Uberschuß eben dieses Gantzen, nach Abzug des Geschenckten, hinten aber die gantze in der Frage benahmte Zahl gesetzet wird. Z. E. 1050 ℔ Waare sind gekaufft, daß an jedem 100, 10 geschencket, 100 ℔ netto aber mit 15 Thl. bezahlet worden; wie viel wird bezahlet, und was trägt das Geld?

100 ℔ -- 90 Thlr. -- 1050 ℔

9

Bezahlet werden 945 ℔

100 ℔ --- 15 Thlr. -- 945 ℔

5) 20   5) 3   5) 198

5) 4   4) $\frac{3}{4}$ Thl.   2) 94 = 18 =

4) 1 $\frac{1}{2}$ 47 = 9 =

$\frac{1}{2}$ 141 T. 27 Gr.

Justi oder Entscheidung.

§. 217. Die Entscheidungs-Rechnung sondert von einander Waaren unterschiedlicher Güte, und berechnet den Preiß einer ieden Sorte ins besondere, um den Preiß aller Waaren insgesamt zu finden. Es geschiehet dieses aber durch ein oder mehr Sätze der Regul Detri. Z. E. 300 Schock Aepffel sind gekaufft, davon der dritte Theil klein, die andern groß sind, die kleinen werden bezahlet das Schock zu 3 Gr. die grossen das Schock zu 4 Gr. 4 Pf. wie viel beträgts an Gelde? Der dritte Theil von 300 sind 100 Schock der kleinen, und 200 Schock der grossen. Setzet demnach erstlich:

1 Sch.

1 Sch. – 3 Gr. – 100
$1\frac{1}{2}$ T. 3) ———
$\frac{3}{4}$ 33 = 12
4) ———
8 = 12. Gr. Fac. 8 Th. 12 Gr.

Hernach:
1 Sch. – 4 Gr. 4 Pf. – 200
8) ———
$\frac{1}{8}$ Th. 25 Thl. F. 25 Thl.

Summa 33 Thl. 12 Gr.

Oder 2 Schock der grossen kosten 9 Gr. und 1 Schock der kleinen 3 Gr. folglich 3 Schock, davon der dritte Theil klein ist, kosten 12 Gr.

3 Schock — 12 Gr. — 300
3) — $\frac{1}{3}$ Thl. 3) ———
1 100
3) ———
33 Thl. 12 Gr.

Von Stich= oder Tausch= Rechnung.

§. 218. Hiernach werden berechnet die Waaren, so man gegen einander umsetzet, und wird entweder (1) gefraget: wie viel der einen Waare vor die andere Waare muß gegeben werden? In welchem Fall zu mercken, daß unter der

Maaße oder Gewichte der Waaren eben dieselbe Verhältniß, aber verwechselt, sey, welche unter ihrem Werth ist. Z. E. Wenn eine Elle Leinwand gilt $\frac{1}{2}$ thlr. eine Elle Tuch $2\frac{1}{2}$ thlr, so müssen 5 Ellen Leinwand gegen 1 Elle Tuch gerechnet werden: oder (2) man will wissen, wie viel einer dem andern am Gelde müsse nachgeben? beydes wird gerechnet nach der Regul Detri. Z. E. Einer lässet dem andern über 1400 Ellen Linnen, die Elle $\frac{1}{2}$ thlr. nimmt davor Tuch die Elle zu $2\frac{1}{3}$ thlr. wie viel Tuch muß jener haben?

$2\frac{1}{3}$ Ell. Linnen — $\frac{1}{2}$ Ell. Tuch — 1400 Ell. Linn.
—— (3   7) ——
7   —— $1\frac{1}{2}$ (3 ——   200
7) —   100
1   ————

Facit 300 Ell. Tuch.

Einer vertauscht 100 Ellen Dammast, die Elle zu 1 thlr. 30 gr. gegen 40 Ellen Tuch, die Elle zu 3 thlr. Welcher unter ihnen muß dem andern am Gelde nachgeben?

1 Elle Dammast – 1 thlr. 30 gr. — 100 Ell.
18   50
9   25
3   8 – 12
————
183 thl. 12 gr.

1 Elle

1 Elle Tuch – 3 thlr. —— 40 Ell.
3
——————
Facit 120

183 thlr. 12 gr.
120 =
——————
63 thlr. 12 gr. muß auf das Tuch nachgegeben werden.

Gewinn- und Verlust-Regul.

§. 219. Hiebey wird entweder (1) Einkauff und Verkauff gegen einander gehalten, und der Gewinn oder Verlust durch Subtraction erforschet, oder (2) Einkauff und Gewinn addiret, und der Verkauff daraus berechnet, oder (3) der Verkauff nebst dem Gewinn oder Verlust wird gegeben, und nach dem Einkauff gefraget. Und weil Gewinn und Verlust kan betrachtet werden schlechthin, oder auch auf Zeit und Capital, so kan (4) berechnet werden der Gewinn nach der Zeit und aufs hundert, oder (5) aus Gewinn und Verlust kan auf gewisse Zeit das Capital, oder (6) auf gewisses Capital die Zeit berechnet zu werden vorkommen. In allen Vorfällen brauchet man nebst der Addition und Subtraction die Regul Detri in ein oder mehr Sätzen. Zum Exempel: Man verkaufft 120 ℔, das ℔ 1 thlr. 12 gr. so im Einkauff

bezahlet mit 1 thlr. 6 gr. wie viel ist an 120 ℔ gewonnen?

Verkauff 1 thlr. 12 gr.
Einkauff 1 thlr. 6 gr.

Gewinn an 1 ℔ 6 gr.

1 ℔ —— 6 gr. —— 120
6) ——
20 thlr. gewonnen.

Item: 80 ℔ sind eingekaufft vor 24 thlr, im Verkauff hat man in allen gewonnen 2 thlr. 24 gr. wie theuer ist 1 ℔ verkaufft?

Einkauff 24 thlr.
Gewinn 2 = 24 gr.

Verkauff 26 Thl. 24 gr.

80 ℔ — 26 thlr. 24 gr. —— 1 ℔
8) —— 8) ——
10 3 = 12
5) —— 5) ——
2 = 24
2) —— 2) ——
1 12 gr. Facit 12 gr.

Item:

Item: Einer verkaufft 90 Ellen Tuch vor 210 thlr. hat gewonnen 30 thlr. wie theuer ist die Elle eingekaufft?

Verkauff = 210
Gewinn = 30
―――――――
Einkauff = 180

90 Ell. — 180 thlr. — 1 Ell.
90) ――――
2 thlr.

Item: Einer kauffet 30 Ellen Tuch, die Elle 2 thlr. 12 gr. Hat dieselbe wieder verkaufft auf 5 Monat zu Borge, und auf 100 thlr. jährlich 20 thlr. gewonnen, wie theuer hat er die Elle verkaufft, und wie viel hat er gelöset?

12 Monath — 20 thlr. —— 5 M.
4) ―― 4) ――
3 5
5
――
25 (8 thlr. 12 gr.
3) 100
―――――――
108 = 12 gr.

100 thlr. — 108 thlr. 12 gr. — 12 thl. 12 gr.
10) 10 thlr. - 10 - 30 gr.
10) ————————————

1 —— 1 ⸗ 3 gr.
1 —— 1 ⸗ 3 ⸗
$\frac{1}{3}$ 13 ⸗

————————

2 thl. 12 gr. Fac. 2 ⸗ 19 gr. iede Ell. verk.

————————————

1 Elle — 2 thlr. 19 gr. — 30 Ell.
——————————(6 6
15 - 6 5
——————(5

Fac. 75 thlr. 30 gr. aus allen gelöset.

Item: Einer hat ein Stück Laken gekaufft vor 2 thlr. 12 gr. und auf 5 Monat Borg, wieder verkaufft vor 2 thlr. 19 gr. sind gewonnen 5 thlr. 30. gr. Wie viel Ellen hält das Stück, und wie viel gewinnet er pro Cent jährlich?

Setzet an 1 Elle gewinnet er 7 gr. wie viel Ellen werden erfodert, 5 thlr. 30 gr. zu gewinnen?

7 gr. —— 1 Ell. —— $5\frac{5}{6}$ thl.
——(6 ————(6
1 thlr. 6 gr. 35 thlr.
————(6 ————(6
70 210
7)—— 7)————
1 30 Ell.

5 Mo⸗

5 Monath — 7 gr. — Monath
5 — 7
1 — $1\frac{2}{5}$
1 — $1\frac{2}{5}$

12 Monath $16\frac{4}{5}$ gr.

$2\frac{1}{3}$ thlr. — $16\frac{4}{5}$ gr. — 100
—(3 —(3
7 300
7) — 7) — 5) —
1 $2\frac{2}{5}$ gr. 60
— — 3) —
12 gr. 20 thlr. auf 100 im Jahr.

Item: Einer kaufft ein Stück Laken, die Elle vor $2\frac{1}{3}$ thlr, verkaufft dasselbe auf 5 Monath Borg, und gewinnet $5\frac{5}{6}$ thlr, das ist aufs 100 jährlich 20 thlr. wie theuer hat er die Elle verkauffet?

10ø thlr. — 2ø Thlr. — $2\frac{1}{3}$ thlr.
2) 5 — — —(3
—(3 1 7
15 Fac. $\frac{7}{15}$ thlr.

12 Mon. — $\frac{7}{15}$ thl. — 5 M.
—(15 —(15 5) —
180 7 1
5) — Fac. 7 gr. gewoñ. an der Elle.
36 2 thlr. 12 = Einkauff.

2 thlr. 19 gr. Verkauff.

Item:

Item: Einer verkaufft 30 Ellen auf einige Zeit zu Borge, und gewinnet darvon $5\frac{5}{6}$ thlr. er machet Uberschlag, daß er auf 100 thlr. jährlich 20 gewonnen, da er nun die Elle verkauffet hat vor 2 thlr. 19 gr. wie lange Zeit hat ers zu borge gethan?

1 Elle —— 2 thlr. 19 gr. —— 30 Ell.
—— —— (6 6
15 , 6 5
—— —— (5
Verkauff 75 , 30
Gewinn 5 , 30
—— ——
Einkauff 70 thaler.
1ØØ thl. —— 2Ø thl. Gew. 7Ø Fac. 14 thl.

14 thl. Gewinn — 12 Monath — $5\frac{5}{6}$ thl.
—— (6 —— —— (6
84 35
12) —— 12) 7) ——
7)7/1 5 Mon.

Regula Quinque Directa und Conversa.

§. 220. Zuweilen wird verlanget eine Antwort auf eine Frage, worinn zwey oder wohl mehrerley unterschiedliche Dinge enthalten sind; welche ordentlich durch mehr Sätze der Regul

Regul Detri gesuchet werden. Da man aber auch diese Aufgaben durch einen eintzigen Satz zu berechnen sich bemühet hat, so ist daher eine neue Regul formiret, so man genannt hat Regulam Quinque. Und zwar nicht unrecht (obgleich zuweilen mehr als fünff Termini gegeben werden, und es daher scheinen möchte, man könte mit eben solchen Rechte eine Regulam septem, novem, und so weiter ersinnen,) wenn nur die Sache von den Anfängern deutlich eingenommen wird. Eigentlich wird hier gesuchet eine Zahl, die gegen den mittlern Terminum die Verhältniß hat, als die zusammen gesetzte Verhältniß zwischen den Zahlen der Frage, und den Zahlen des ersten Termini; woher es denn auch kommt, daß die Zahlen des letztern und erstern Termini durch multipliciren zu einer Zahl gemacht werden. Weil aber dieser Bericht Anfängern etwas schwer vorkommen möchte, so können sie sich mit Exempeln also helffen, daß sie sehen, warum die Multiplication bey den ersten und letzten Terminis gebraucht werde. Es ist zum Exempel begreifflich, daß 5 Arbeiter in 4 Stunden so viel thun, als 20 Arbeiter in einer Stunde; daß ein Land, so 12 Ruthen lang und 10 Ruthen breit ist, eben so viel thue, als ein Land, so 120 lang, und eine Ruthe breit ist; daß 5 Centner fortzubringen 6 Meilen, eben so viel bringe an

Fuhr-

Fuhrlohn, als 1 Centner 30 Meilen: Daher ist es eben so viel, wenn ich frage: wie viel Tage-Lohn verdienen 10 Arbeiter in 3 Tagen? als wenn ich frage: wie viel verdienen 30 Arbeiter in einem, oder 1 Arbeiter in 30 Tagen? imgleichen ist einerley, ich sage, 3 Arbeiter verdienen in 4 Tagen 2 Thlr. oder 1 Arbeiter verdienet in 12 Tagen, oder 12 Arbeiter in einem Tage 2 Thlr.

§. 221. Gleichwie aber die Regul Detri; also ist auch die Regula Quinque gleichfalls zweyerley, Directa und Conversa. Damit man aber wisse, welche Aufgaben zu dieser oder jener gehören, so bemercke man diesen Unterricht:

Setzet die Stücke der Frage vorerst zur Rechten oder hinten, was ihnen am Nahmen ähnlich, oder gleich, in eben der Ordnung vorne oder zur Lincken, das übrige in der Mitten. Nehmet ein iedes Stück der Frage besonders vor, und examiniret ob der eintzelne Satz zur Regula Detri Directa oder Conversa gehöre: Gehören beyde entzelne Sätze zur Directa, so hat man auch Regulam Quinque Directam; Gehöret einer zur Conversa, so hat man auch Regulam Quinque Conversam. Zum Exempel, 1 Centner zehn Meilen zu fahren kostet 1 Thlr. 6 Gr. wie viel 20 Centner 18 Meilen.

1 Centn. } —— 1 Thlr. 6 Gr. { 20 Centn.
10 Meilen } { 18 Meil.

Hie mache ich also Uberschlag, thut 1 Centner 1 Thlr. 6 Gr. so thun 20 Centner mehr. Darum ist dieser Satz nach der Regula directa: so auch 10 Meilen thun 1 Thlr. 6 Gr. 18 Meilen mehr; Darum ist auch dieser Satz ein Satz der Regulæ directæ, und folglich ist dieses ein Exempel Regulæ quinque directæ. Ein ander Exempel: Wenn aus einem Malter Korn 172 dreypfündige Brode gebacken werden, wie viel vierpfündige Brode können aus 12 Malter gebacken werden.

1 Malter } —— 172 Br. —— { 12 Malter
3 ℔ } { 4 ℔.

Hie mache ich also Uberschlag, 1 Malter thut 172 Brod, 12 Malter thun mehr; drum ist dieser Satz nach der Regula directa: Allein dreypfündige Brode können 172, der vierpfündigen Brode aber nicht so viel gebacken werden; darum gehöret dieser Satz zur Regula Conversa, und die gantze Aufgabe muß nach der Quinque Conversa berechnet werden.

§. 222. In der Regula Quinque directa werden die vördersten Termini mit einander, und auch die hintersten Termini mit einander multipliciret, damit man aus fünffen drey

Termi-

Terminos mache, und also nach der Regul Detri weiter verfahre. Z. Ex.

1 Centn. } —— 1 Thlr. 6 Gr. —— { 20 Cent.
10 M. } { 18 M.

1∅ —— 1 Thlr. 6 Gr. —— 36∅
⅙ Thlr. 6) 6
42 T.

In der Regula quinque indirecta wird der verkehrte Satz zuvor verwechselt, wie bey der Regula Detri conversa, und alsdenn auf gleiche Weise weiter operiret, wie bey der directa.

1 Maltr. } —— 172 —— { 12 Malter.
3 ℔ } { 4 ℔
4 3

4 — 172 Br. — 36
4) —— —— (9 4) ——
1 1548 Br. 9

Zinß-Rechnung.

§. 223. In Zinß-Rechnungen werden Zinse auf ein gewisses Capital, oder auf Zeit und Capital zugleich, oder aus dem Capital und Zinse die jährliche Zinse aufs hundert, oder aus Capital und Zinsen die Zeit, wie lange das Capital gestanden, berechnet, und zwar bey einigen Aufgaben die Regul Detri, bey andern aber Regula Quinque directa oder conversa gebraucht;

braucht; weßhalben denn auch von der Regula Quinque vorher §. 220 & ſ. gehandelt worden. . Z. Ex. 100 Thaler Capital thun in einem Jahr oder 12 Monathen 5 Thaler Zinſe, wie viel thun 1000 Thaler in 5 Monath.

100 Thlr. } —— 5 Thlr. —— { 1000 thl.
12 Mon. } { 5 Mon.

1200 —— 5 Thlr. —— 5000
2)—— 2)——
6 ——(4 25
6)—— 20 6)——
1 $\frac{5}{6}$ ($\frac{1}{6}$ $4\frac{1}{6}$

facit $20\frac{5}{6}$ Thaler.

Item: Ein Capital trug in 5 Monath 85 thlr. Zinſe, war aber ausgethan gegen 5 thlr. jährliche Zinſe aufs 100, wie groß iſt das Capital geweſen?

5 thlr. } —— 100 thlr. Capit. —— { 85 thlr.
12 Mon. } { 5 Mon.
5 12

25 — 100 thlr. — 1020
25)—— 25)—— ——(4
1 4 Fac. 4080

Item: Gegen jährliche Zinſe 5 aufs 100 ſind ausgethan 6000 thlr, und damit gewonnen an Zinſen 125 thlr. wie lange hat es geſtanden?

100 thl. Cap. 5 thl. Zinse	-12 Monat-	6000 125 thl. Zinse.
6000		100

30000	12	12500
6)——	6)——	5)——
50	2	25
5)——	2)——	5)——
10	1	Fac. 5 Monath.
5)—		
2		
2)—		
1		

Zinß auf Zinse. (Anatocismus.)

§. 224. Zinß auf Zinse zu berechnen ist der erste Terminus das Capital, der andere eben dieses Capital mit den Zinsen, der dritte Terminus das Capital der Frage, das Facit oder vierdte Terminus, so gesuchet, ist Capital und Zinsen zusammen, welches das folgende Jahr, als das zinßbare Capital zur Frage wird. Auf solche Weise müssen so viel Sätze gemacht werden, so viel Jahre ein Capital stehet. Man hat aber einigen Vortheil, wenn man den ersten und andern Terminum jeden besonders, mit sich selbst, und zwar einmahl weniger als Jahre gegeben werden, multipliciret, und zu diesen beyden Producten und den gegebenen Capital die vierdte Proportional-Zahl durch Regula Detri findet. Z. E. 1000 thlr. stehen 6 Jahr auf Zinse, 5 vors hundert, dergestalt, daß jährlich die

die Zinse zum Capital geschlagen wird, wie viel beträgts nach 6 Jahren?

100 ————	105
100	105
10000-	525
100	105
1000000--	11025
100	105
100000000---	55125
100	11025
10000000000----	1157625
100	105
1000000000000-----	5788125
	1157625
	121550625---
	105
	607753125
	121550625
	12762815625----
	105
	63814078125
	12762815625

1000000000000 -- 1340095640625 -- 1000

Fac. $1340\frac{95640625}{1000000000}$ Thaler.

Anmerckung.

§. 225. Einige Vortheile werden hierbey aus der Progression, wovon im folgenden Capitel §. 271. wird gehandelt werden, insonderheit in grössern Exempeln, können gebrauchet werden.

Von Rabatt, oder Disconto.

§. 226. Rabatt oder sonst auch Disconto ist ein gewisser Abzug oder Abkürtzung an Geldern, so über einige Zeit erst fällig, und vor der Verfall-Zeit gezahlet werden. In dieser Rechnung wird der Zahl-Posten angesehen, als eine Summa aus Capital und Zinsen bestehendes Geld, wovon die Zinsen wegen anticipirter Bezahlung wegfallen, und das Capital bloß übrig bleibet. Deßwegen setzet man hundert nebst denen vorbenannte Zeit gehörigen Zinsen zum ersten, hundert bloß, zum andern, und den nach einiger Zeit fälligen Posten zum dritten Termino, und rechnet nach der Regul Detri. Z. E. 1000 Thaler sind über 4 Jahr zu bezahlen, wieviel ist davor ietzo zu erlegen, wenn man 5 auf 100 jährlich rabbattiret? Hundert thun in vier Jahren 20 Thaler Zinse; und was über 4 Jahr 120 ist, das ist ietzo 100.

120 — 100 — 1000

————(10

10000

12)———

833 Rthlr. 12 Gr.

Gemeine Wechsel.

§. 227. Wenn Müntz-Sorten gegen einander schlechthin und ohne Aufgeld umgesetzet werden, so ist die Verhältniß unter den Stücken der Sorten verwechselt, wie die Verhältniß des einen Werths gegen andern nach einer gemeinen Maaß befunden wird. Z. E. ein Thaler sind 36 Groschen, und ein fl. sind 20 Groschen; drum sind 20 Thlr. 36 fl. oder (§. 132.) 5 Thlr. 9 fl. Jmgleichen ein Ducat ist 96 Gr. ein Thlr. 36 Gr. drum sind 96 Thaler 36 Ducaten, oder 8 Thlr. 3 Ducaten. Nach geschehener solcher Vergleichung findet sich leicht nach der Regul Detri die Frage. Z. E. wie viel fl. sind 1000 Thlr.

5 Thlr. —— 9 fl. —— 1000

5)— 200 5)———

1 ——— 200

1800 fl.

Wechsel über Land.

§. 288. Hiebey sind einige Wörter zu erklä-

 ren,

ren, zu mehrer Erläuterung der Aufgaben. Remittent heist derselbe, welcher vor bahr Geld oder Geldes Wahre, einen Wechsel-Brief von jemanden nimmt oder bekommt, und dieser wird der Præsentant, wenn er an gehörigen Ort den Wechsel-Brief vorzeiget und Zahlung darauf verlanget. Trassant heist derjenige, welcher vor Geld oder Geldes Wahre, einen Wechsel-Brief dem Remittenten giebet, darauf an gehörigem Ort Zahlung erfolgen soll. Acceptant heist derselbe, der dem Remittenten oder auf dessen Ordre als Præsentanten auf den Wechsel-Brief die Zahlung thut. Pari oder Alpare heist die Gleichheit der Geld-Sorten im Wechsel am Werth ohne Aufgeld. Agio oder Lagio heist das Aufgeld, Avence heist Gewinn, Damno heist Verlust. Der übrigen in Wechsel-Sachen vorkommenden Wörter kan man in Wechsel-Rechnungen wohl entbehren.

§. 229. Wenn der Wechsel über Alpare geschlossen, so kommts dem Remittenten zu gute, ist es unter Alpare geschlossen, so kommts dem Trassenten zu gute, nach dieser Regul, imgleichen nach dem Begriff Avence oder Damno (Gewinn oder Verlust) sind die Aufgaben leicht durch die Regul Detri auszurechnen. Z. E. Hannover remittiret auf Hamburg 4050 Thlr. mit Verlust $1\frac{1}{4}$ pro Cent. Lagio, was wird davor zu Hamburg zu empfangen seyn.

$101\frac{1}{4}$

$101\frac{1}{4}$ — 100 — 4050

4 405) ——— 10

405 ———

405) ——— 400

1 Facit 4000 Thlr.

Einfache Gesellschafft- und Theilungs-Rechnung.

§. 230. In Gesellschafft und Theilungs-Rechnungen, wird die Summa des Eintrages oder aller Theile der erste Terminus, die Summa, die vertheilet werden soll, der andere; jedes von den Theilen, woraus der erste Terminus bestand, ins besondere wird der dritte Terminus, aus welchem nach der Regul De-tri die Rechnungen weiter anzustellen. Z. E. Drey legen zusammen A. 1000. B. 2000. C. 3000 Thlr. und gewinnen damit 2400 Thlr. was gehöret davon jedem?

1000
2000
3000
———
Summa 6000

6000 — 2400 —	1000	fac.	400
	2000	—	800
	3000	—	1200

 Item,

Item, drey sollen sich theilen in 4200 Thaler, dergestalt, daß, wenn A. 1, B. 2, alsdenn C. 4 bekomme.

7 —— 4200 —	1	—	fac.	600
	2	-	-	1200
	4	-	-	2400

Doppelte Gesellschaffts-Regul.

§. 231. Wofern der Beytrag auf unterschiedene Zeit geschehen ist, so muß man den Beytrag, jeden mit seiner Zeit multipliciren, ehe man die Summe machet, die zum ersten Termino soll gesetzet werden; und eben diese Zahlen deren Summen vorne stehen, müssen auch im dritten Termino eintzeln wieder gesetzet werden. Z. E. drey machen Compagnie, A. hat beygetragen 1000 auf 2 Monath, B. 5000 auf 1 Monath, C. 500 Thlr. auf 4 Monath; haben gewonnen 4500 Thlr. was gebühret jedem zu seinem Theil?

1000 Thlr.	2 Mon. —	2000
5000 Thlr.	1 Mon. —	5000
500 Thlr.	4 Mon. —	2000
	Summa	9000

9000 —— 4500 ——	2000	fac.	1000
	5000	—	2500
	2000	—	1000

Alli-

Alligations- oder Vermengungs-Rechnung.

§. 232. Wenn aus Metallen unterschiedener Güte, ein gemischtes mittler Güte soll gemachet werden, oder wenn von andern Sachen unterschiedenes Preises, so sich vermischen lassen, ein vermischtes Mittler Güte verlanget wird, so wird gefraget nach dem Zusatz, in welcher Verhältniß von jeder Sorte zu dem gemischten müsse genommen werden, und dieses wird gefunden durch die Regulam Alligationis, und wo es nöthig ist, weiter berechnet nach der Regul Detri.

§. 233. Vorgängig aber ist hiebey zu erklären, daß das Silber sechzehn löthig, funffzehn löthig, vierzehn löthig, und so weiter, genannt werde; nachdem eine Marck, die 16 Loth ist, entweder 16 Loth Silber hat, und also fein Silber ist; oder 15 Loth Silber und ein Loth Kupffer, oder 14 Loth Silber und zwey Loth Kupffer in sich hält: Dabey weiter zu erinnern, daß in dieser Rechnung das Kupffer mit einer Null bezeichnet und angesetzet wird. Anders aber wird in Zinn-Rechnung die Güte desselben benennet, denn da heisset 6 pfündig Zinn, das ein Pfund Bley und 5 Pfund Zinn in 6 Pfunden hat; 8 pfündig, das 7 Pfund Zinn und 1 Pfund Bley in 8 Pfunden hat; und so weiter; Darum vorher das unterschiedliche Zinn, woraus etwas verlangter Maßen soll gemischet werden,

so muß reduciret werden, daß man siehet, wie viel gut Zinn in jedem Pfund jeder Sorte sich befindet. Z. E. von 6 pfündigen Zinn hat ein Pfund $\frac{5}{6}$ Pfund Zinn; von 9 pfündigen Zinn hat ein Pfund $\frac{8}{9}$ Pfund Zinn, u. s. w.

§. 234. Die Proportion des Einsatzes von unterschiedenen Sorten zu finden. Setzet die Sorten, woraus etwas soll gemischet werden, die Alligandos neben einander über einen Strich, die verlangten Sorten oder Alligatum unter den Strich, suchet die Difference zwischen dem Allegato und Alligandis, und setzet die umgekehrt unter die Alligandos, so hat man die Proportion der Alligandorum. Was weiter in der Frage enthalten, ist nach der Regul Detri oder Societatis zu berechnen. Z. E. Aus funffzehn löthigen und 8 löthigen Silber soll 12 löthig Silber 21 Marck gemischet werden? Die Difference zwischen 15 und 12 ist 3, so viel muß des 8 löthigen genommen werden: Die Difference zwischen 12 und 8 ist 4, so viel muß des 15 löthigen genommen werden, und kommen also unter 7 Marck gemischten, 4 Marck 15 löthiges, und 3 Marck 8 löthiges Silbers. Stehet also:

15	8
12	
4	3

weiter 7 —— 4 —— 21 Marck fac. 12
7 —— 3 —— 21 Marck fac. 9

Item

Item aus 24 Marck 14 löthigen Silber will man 12 löthig Silber machen, wie viel muß man Kupffer dazu setzen

	14		0
		12	
	12		2
12	—	2 —	24

Fac. zu 24 Marck 14 löthig Silber kommen 4 Marck Kupffer; so bekommt man 28 Marck des 12 löthigen Silbers.

Item: Aus 9-pfündigen und 5-pfündigen soll 8-pfündig Zinn gemacht werden, wie viel muß man von iedem nehmen?

	$\frac{8}{9}$		$\frac{4}{5}$
		$\frac{7}{8}$	
	$\frac{3}{40}$		$\frac{1}{72}$
oder	$\frac{27}{360}$		$\frac{5}{360}$
oder	27		5

Das

Das ist, zu 27 ℔ 9-pfündigen Zinnes, nimt man 5 ℔ fünff-pfündiges, so wird das gemischte 8-pfündig.

Item: aus 9-pfündigen Zinn soll 6-pfündigs werden, wie viel Bley muß dazu genommen werden?

$\frac{8}{9}$ 0

$\frac{5}{6}$

$\frac{5}{6}$ oder $\frac{15}{18}$ $\frac{1}{18}$

oder zu 15 ℔ neunpfündig kommt 1 ℔ Bley.

§. 235. Wofern der Sorten, woraus ein verlangtes gemischet werden soll, mehr als zwey sind, so setzet man die bessern Sorten zu einer, die geringern zur andern Seite über der Linie, und bringt die Uberschüße der bessern unter der Linie, unter die geringern; die Uberschüße über die geringere, bringt man unter die Linie unter die besten Sorten. Z. E. aus feinem oder 16-löthigen, 15-löthigen, 8-löthigen, 7-löthigen und 4-löthigen, soll man 12-löthiges Silber machen, wie viel muß von ieder Sorte genommen werden?

16 L.	15 L.	8 L.	7 L.	4 L.
	12 L.			
4	4	4	4	4
5	5	3	3	3
8	8			
17 .	17 .	7	7	7

Oder auch:

16	15	8	7	4
	12			
5	4	3	4	4
8				
13	4	3	4	4

Regula Falsi.

§.236. Hievon besehet den §.193 und folgende.

CAPUT IV.

Von der Progression oder Fortschreitung der Zahlen.

Erklärung oder Definitiones.

§. 237. Progressio ist ein An- oder Abwachs der Zahlen, nach einer gewissen Verhältniß, als 1, 3, 5, 7, 9, &c. item: 1, 2, 4, 8, 16, &c.

1. Zu-

1. Zusatz.

§. 238. In der Progresſion wachſen entweder die Zahlen an, und ſo heiſſet die Progresſio aſcendens, eine auffſteigende Progreſſion; oder die Zahlen wachſen ab, und ſo heiſt ſie eine Progresſio deſcendens, oder abſteigende Progresſion.

2. Zusatz.

§. 239. Da die Verhältniß zwiſchen zweyen Zahlen zweyerley iſt, (§. 90.) ſo ſolte auch die Progresſio zweyerley ſeyn, arithmetica und geometrica: es kommt aber hinzu Progresſio harmonica, welche einiger maßen aus der Progresſione arithmetica und geometrica zuſammen geſetzet iſt.

§. 240. Arithmetica Progresſio iſt ein An- oder Abwachs der Zahlen nach einer gleichen Difference, als: 1. 2. 3. 4. 5. item: 1. 3. 5. 7. 9. 11. item: 1. 4. 7. 10. 13. Da denn die durch eine Unität auf- oder abſteigende Progresſion, eine natürliche Progresſion pfleget genannt zu werden.

§. 241. Geometrica Progresſio iſt ein An- oder Abwachs, nach einerley Ration oder Quotienten, als: 1. 2. 4. 8. item: 1, 3, 9, 27. 81. 243. item: 1, 4, 16, 64, 256.

Zusatz.

§. 242. Von der Verhältniß je zweyer nächsten Zahlen in einer Progressione heist Progressio geometrica, unterschiedlicher dupla, deren Verhältniß oder ratio 2; tripla, deren Verhältniß 3; quadrupla, deren Verhältniß 4 ist, u. s. w.

§. 243. Progressio Harmonica heist ein Ab- oder Anwachs der Zahlen, da unter der ersten und dritten eine solche ratio oder geometrische Verhältniß ist, als zwischen der Difference der ersten zwey, und der Difference der folgenden zweyen. Z. Ex. 3. 4. 6. 12. ist eine harmonische Progression, weil 3 gegen 6, wie 4 weniger 3 (1) gegen 6 weniger 4 (2), item weil 4 gegen 12, wie 6 weniger 4 (2) gegen 12 weniger 6 (6) sich verhalten.

II. Grund- und Lehr-Sätze.

§. 244. In ieder Arithmetischen Proportion ist der grössere Terminus so groß, als die Summa des kleinern und der Difference. (§. 91. 38.)

§. 245. Wenn zwey arithmetisch-proportionirte Zahlen je mit einer Zahl multipliciret werden, so ist die Difference der Productorum so groß, als die Difference der Zahlen selbst

selbst mit eben dem Multiplicatore multipliciret. (§. 244.)

§. 246. Wenn zwey arithmetisch-proportionirte Zahlen, iede mit zwey unterschiedenen Multiplicatoribus multipliciret werden, so verhält sich geometrice die Difference der ersten beyden Producten gegen die Difference der andern beyden Producten, wie der erste Multiplicator gegen den andern. (§. 113.)

§. 247. Die Arithmetische Progression kan unendlich an- aber nicht unendlich abwachsen.

§. 248. In der Arithmetischen enthält ein ieder Terminus, nebst dem ersten Termino, die Difference so vielmahl, als in allen Termini vorhergegangen sind. (§. 244. 91.)

§. 249. In der Progressione Arithmetica ist die Summa des ersten und letzten Termini so groß, als die Summa je zweyer andern, von dem äussersten gleich weit abstehenden Terminorum. (§. 248.)

Zusatz.

§. 250. Daher ist die gantze Summe einer Arithmetischen Progression so groß, als die durch halbe Zahl der Terminorum multiplicirte Summe des ersten und letzten Termini, oder auch, als die durch die Zahl der Terminorum multiplicirte halbe Summe des ersten und letzten Termini.

§. 251.

§. 251. In ieder geometrischen Progression ist ieder Terminus so vielmahl grösser denn der vorige, so viel als die Verhältniß ausmachet. (§. 92.)

§. 252. Die geometrische Progression kan unendlich ab- und anwachsen. (§. 92.)

§. 253. Jeder Terminus in einer geometrischen Progression ist gleich dem mit der Verhältniß so vielmal, als Termini vorhergegangen, multiplicirten ersten Termino.

Zusatz.

§. 254. Wenn man aber ieden Terminum progressionis geometricæ mit Römischen Ziffern schreibet, wie vielmahl darinn die Verhältniß multipliciret mit dem ersten Termino, so mag man diese Römische Ziffern Exponenten nennen; der erste Terminus bekommt alsdenn zum Exponenten eine Null, und alle Exponenten zusammen schreiten von der Null in natürlicher arithmetischer Progression fort. (§. 92.)

§. 255. Wenn zwey termini progressionis geometricæ mit einander multipliciret, und das Product wo es nöthig ist, durch den ersten Terminum dividiret wird, so bekommt gedachtes Productum divisum zum Exponenten die Summen der Exponenten, so über den genommenen Terminis stunden. (§. 254.)

§. 256. Wenn unterschiedliche Zahlen vorhanden sind, deren je zwey und zwey gleicher Verhältniß, so verhält sich die erste Zahl gegen die Difference der ersten und andern Zahl, wie die Summa aller antecedentium gegen die Difference der summæ antecedentium und der summæ consequentium. (§. 180. 179.)

§. 257. In der Progressione geometrica verhält sich die Difference des ersten und andern Termini gegen den ersten Terminum, wie die Difference des ersten und letzten Termini gegen die Summe aller vorgängigen Terminorum. (§. præc.)

Zusatz.

§. 258. Folglich ist in Progressione dupla die Difference des ersten und letzten Termini so groß, als die Summe aller vorgängigen Terminorum; in tripla, zweymahl so viel; in quadrupla, dreymahl so viel; und überhaupt zu sagen, die Difference des ersten und letzten Termini, wenn sie dividiret wird, mit der um eins verminderten Zahl der Ration, so giebt sie die Summa aller vorgängigen Terminorum.

§. 259. Wenn in arithmetischer Progression drey Zahlen gegeben werden, und durch die grösseste die beyden kleinern, durch die kleinere die beyden grössern multipliciret werden, so

sind drey Producta in harmonischer Proportion. (§. 246. §. 243.)

1. Zusatz.

§. 260. Eine harmonische Progression entstehet aus einer arithmetischen Progression.

2. Zusatz.

§. 261. Wenn in einer harmonischen Proprotion der grössere und mittlere, so auch der mittlere und kleinere durch gemeine Theile zu den kleinesten Terminis gebracht werden, so kommen drey Zahlen heraus in arithmetischer Progression, deren grösseste und kleineste Zahl, aus der mittlern harmonischen Zahl, die mittlere arithmetische, aus der kleinern und grössern harmonischen Zahl wird.

§. 262. Die Harmonische Progression kan unendlich abnehmen, oder zu kleinern Zahlen steigen, aber nicht unendlich zunehmen, und zu grössern Zahlen steigen. (§. 261. 260.)

Anmerckung.

§. 263. Einige dieser Lehr-Sätze, wie auch etwas in denen folgenden Aufgaben beziehet sich auf die Species in Brüchen, welche (§. 115) proportiones oder rationes sind. Mit derselben Zuziehung wird alles, bevorab bey der har-

monischen Progression und denen Speciebus Harmonicæ Arithmeticæ leicht seyn.

Aufgaben.

1. Aufgabe.

§. 264. Aus dem ersten Termino und der Difference einen verlangten Terminum der Arithmetischen Progression zu finden. Z. E. Es sey der erste Terminus 2, die Difference 3. Der hundertste Terminus wird verlanget.

Weil der hundertste Terminus verlanget wird, so subtrahiret von 100, wie allezeit also auch hie, eins, kommt 99, dieses multipliciret mit der Difference drey, kommt 297, hiezu addiret den ersten Terminum 2, kommt 299 vor den hundertsten Terminum. (§. 248.)

2. Aufgabe.

§. 265. Aus dem ersten und letzten Termino der Progression, wenn man nur weiß, der wievielste der sey, die Difference der Progression zu finden. Z. E. der erste Terminus sey 1, der hundertste 298.

Subtrahiret den ersten von dem letzten, kommt 297, subtrahiret auch allezeit 1 von der Anzahl der Terminorum, so allhie 100 ist, kommt allhier 99, hiemit dividiret den vorigen Uberschuß 297, kommen 3, die verlangte Difference. (§. 248. & 39.)

3. Auf-

3. Aufgabe.

§. 266. Aus der Difference und dem letzten Termino, wenn man weiß, der wievielste er ist, den ersten Terminum zu finden. Z. E. der hundertste sey 199, die Difference 2.

Multipliciret 100 weniger 1, das ist 99, mit der Difference, so kommen 198, die subtrahiret vom letzten Termino, 199, bleibt 1, der erste Terminus. (§. 248.)

4. Aufgabe.

§. 267. Die Summa aller verlangten Terminorum einer Arithmetischen Progression, aus dem ersten und letzten Termino, und der Anzahl der Terminorum zu finden. Z. E. der erste Terminus sey 2, der hundertste sey 299. Wie viel machen alle hundert Termini zusammen?

Die Summe des ersten und letzten Termini 301 multipliciret mit der Helffte Anzahl der Terminorum, 50, kommt 15050 vor die Summe aller hundert Terminorum. (§. 250.)

5. Aufgabe.

§. 268. Aus dem ersten Termino und der Difference die Summe aller verlangten Terminorum einer Arithmetischen Progression zu finden. Z. E. Der erste Terminus sey 4,

die Difference 3, wie viel thut die Summe dreyßig Terminorum?

Suchet erstlich den dreyßigsten Terminum (nach dem §. 264.) kommt 91. Aus diesem und dem ersten Termino 4 und der Anzahl der Terminorum 30 bekommet ihr die Summe aller Terminorum 1425. (§. 267.)

6. Aufgabe.

§. 269. Aus dem ersten Termino und der Ration oder Verhältniß einen ieden verlangten Terminum anwachsender Geometrischer Progression zu finden. Z. E. Der erste Terminus sey 2, die Ratio oder Verhältniß 3, der zehende Terminus wird verlanget.

Die Anzahl der Terminorum weniger eins ist allhier 9, und zeiget an, daß der erste terminus 2, neunmahl nach einander müsse durch die Verhältniß 3, multipliciret werden, damit man den zehenden terminum 39366 bekomme, (§. 253.) Da man aber auch zugleich alle Mittel-terminos nach einander bekommt, als, 2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458, 4374, 13122, 39366.

1. Zusatz.

§. 270. Leichter und ohne iede Mittel-terminos nach einander zu suchen, wird der verlangte terminus also gefunden.

Die Anzahl der terminorum weniger eins zer-

zerreisset in kleinere, als 9 in 3, 3 und 3, oder in 4 und 5, oder 3 und 6, sechs aber in 3 und 3, wie folget:

IX { VI { III, III ; III }

Setzet die ersten terminos der Progression mit ihren gehörigen Exponenten. (§. 254.)

o	I.	II.	III.
2.	6.	18.	54.

Die Zahl unter dem Exponenten III, nemlich 54, multipliciret mit sich selbst, und das Product dividiret durch den ersten terminum 2, kommt 1458, die Zahl zu dem Exponenten VI, (§. 255.) diese Zahl multipliciret aber mit der Zahl unter dem Exponenten III, nemlich 54, und dividiret mit dem ersten termino, so kommt 39366 die Zahl zum Exponenten IX, (§. 255.) das ist der zehnde terminus.

Item: auf gleiche Weise sucht den 18 Terminum Progressionis duplæ, deren erster Terminus eins ist. Zerreisset 18 weniger 1, das ist 17. also:

XVII { IX { V, IV } ; IIX { IV, IV } }

Setzet die ersten terminos mit ihren Exponenten also:

o	I	II	III	IV	V	
1,	2,	4,	8,	16,	32,	so giebet

16 mahl 32 die Zahl zum Exponenten IX. 16 mahl 16, die Zahl zum Exponenten IIX. Diese beyden Zahlen mit einander multipliciret, geben die Zahl zum Exponenten XVII.

2. Zusatz.

§. 271. Auf diese Weise kan man in Zinß auf Zinß rechnen (§. 225.) vortheilhafftig den ersten und andern terminum der Regul Detri finden; denn aus eins, als dem ersten termino progressionis, 100 als nomine rationis, und der Anzahl der Jahre, die das Capital auf Zinsen stehet, findet man den letzten terminum, (§. 270) der in der Regul Detri der vorderste terminus wird: Jngleichen aus eben dem eins, eben der Anzahl der Jahre, und dem nomine rationis, 105 (welches aus dem Capital 100 und der jährlichen Zinse 5 zusammen gesetzet ist) findet man (§. 270) den letzten terminum, der in der Regul Detri der mittelste terminus wird.

7. Aufgabe.

§. 272. Aus dem kleinesten und grössesten termino und der Verhältniß oder Ration der geometrischen Progression die Summe aller Termi-

Terminorum zu finden. Z. E. in progressione tripla sey der erste terminus 2, der letzte oder zehende 39366, wie groß ist die Summe aller zehen terminorum?

Multipliciret den zehenden terminum mit der Verhältniß 3, so kommt 118098, vor den eilfften terminum, (§. 251.) hievon subtrahiret den ersten terminum, bleibt 118096, als differentia des ersten und eilfften termini, diesen dividiret durch die um eins verringerte Ration, (2) so kommen 59048, vor die Summe aller zehn terminorum. (§. 257.)

8. Aufgabe.

§. 273. In anwachsender geometrischer Progression aus dem ersten termino, der Ration und Anzahl der terminorum die Summe aller terminorum zu finden. Z. Ex. der erste terminus sey 1, die Ratio sey 4, der terminorum zusammen seyn 16.

Suchet nach dem §. 270. die Progressional-Zahl, die zum Exponenten XVI gehöret, und folglich der 17de terminus ist, die Difference des ersten und 17ten termini dividiret durch die um eins verringerte Ration, so kommt die Summe aller 16 terminorum. (§. 257.) stehet wie folget:

XVI { IIX { IV, IV } ; IIX { IV, IV } }

o	I	II	III	IV
1.	4.	16.	64.	256.

IV = = = 256
IV = = = 256

1536
1280
512

IIX = = 65536
IIX = = 65536

393216
196608
327680
327680
393216

XVI — 4294967296 der 17te terminus.
1 ÷ erster terminus.

(ratio weniger eins) 3) 4294967295 Diff. des ersten und 17ten termini.

1431655765 Summa aller sechszehn terminor.

9. Auf=

9. Aufgabe.

§. 274. Zwischen zweyen Zahlen so viel Mittel-Terminos in Arithmetischer Progression zu finden, als verlanget wird. Z. E. Zwischen 3 und 9 werden zwey Mittel-Termini verlanget.

Weil zwey Mittel-Termini, nebst den gegebenen zweyen Terminis, in allen vier Terminos machen, unter vier Terminis aber drey nur Differentias haben, (§. 248.) so dividiret die Difference der äusseren Terminorum, oder gegebenen Zahlen 6 mit 3 kommt 2, vor die Difference der Progression, und die Zahlen 3, 5, 7. 9. (§. 240. & 244.) wie verlanget.

10. Aufgabe.

§. 275. Aus einer Arithmetischen Progression eine Harmonische Progression zu machen. Z. E. aus 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Durch den andern Artihmetischen Terminum multipliciret den ersten, durch den dritten aber den ersten uñ andern, so komen drey harmonische Termini, (§. 259) neml. 2. 3. 6. Ferner durch den dritten arithmetischen Terminum multipliciret den ersten schon gefundenen harmonischen (2), durch den vierdten aber (als 4) alle drey harmonische Terminos, so kommen 6. 8. 12. 24. durch den vierdten arithmetischen Terminum 4 multipliciret den ersten harmonischen

schen Terminum, 6; durch den fünfften aber (als 5) alle vier Terminos, so kommen 5 harmonische Termini, als 24. 30. 40. 60. 120. endlich mit dem fünfften arithmetischen termino multipliciret den ersten harmonischen, mit dem sechsten arithmetischen Termino aber alle fünf Terminos, so kommen 6 verlangte harmonische Termini, 120. 144. 180. 240. 360. 720. oder in kleinern Zahlen, wenn alle Termini durch 12 dividiret, (§. 114.) 10. 12. 15. 20. 30. 60.

Zusatz.

§. 276. Hieraus erhellet, daß aus den kleinsten Terminis Arithmetischer Proportion, die grössesten Termini Harmonischer Progression, und hingegen aus den grössesten Terminis Arithmetischer Progression, die kleinesten Termini Harmonischer Progression werden; Daher denn weil die Arithmetische Progression nicht unendlich absteiget, (§. 247.) die Harmonische Progression nicht unendlich aufsteigen oder anwachsen kan; hergegen weil die Arithmetische Progression unendlich aufsteigen oder anwachsen kan, so kan die Harmonische Progression unendlich abnehmen oder absteigen. Conf. §. 261.

11. Aufgabe.

§. 277. Zu zweyen Zahlen in aufsteigender oder anwachsender Harmonischer Progression die möglichsten Terminos zu finden.

Z. E. zu 3. 4.

Machet hieraus eine absteigende Arithmetische Progression so weit müglich, kommen 1. 2. 3. 4. Hieraus machet nach §. 275. eine Harmonische Progression, kommt 6. 8. 12. 24. oder in kleineren Terminis. 3. 4. 6. 12.

12. Aufgabe.

§. 278. Zu zweyen Zahlen die verlangten Terminos in absteigender oder abwachsender Harmonischer Progression zu finden. Z. E. zu 3. 4. sollen noch drey Termini absteigender Harmonischer Progression gesuchet werden.

Setzet zu 3. 4. in aufsteigender Arithmetischer Progression drey Zahlen, kommen 3. 4. 5. 6. 7. Hieraus machet nach §. 275. eine Harmonische Progression, kommt 840, 630, 504, 420, 360, oder in kleineren Terminis. 4. 3. $2\frac{1}{3}\frac{4}{5}$, 2, $1\frac{5}{7}$.

13. Aufgabe.

§. 279. Zwischen zweyen Zahlen, so viel Mittel Harmonische Terminos zu finden, als man verlanget, z. E. zwischen 2 und 1 sollen zwey termini harmonici gesuchet werden.

Su-

Suchet zwischen 2 und 1 zwey Arithmetische Proportional-Zahlen nach dem §. 274. kommen 2 $1\frac{2}{3}$. $1\frac{1}{3}$. 1. oder in gantzen 6. 5. 4. 3. Hieraus machet eine Progressionem Harmonicam §. 275. kommen 120. 90. 72. 60. oder in kleinern Terminis. 2. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{5}$. 1.

Zusatz.

§. 280. In der Harmonica zehlet man insgemein unterschiedliche Species, die Proportiones der Intervallorum zu berechnen, als da sind additio, subtractio, copulatio, mediatio, comparatio, und so weiter; Diese Species können bey denen, so von der Musica theorica geschrieben haben, nachgesehen und von ihnen, nebst der Application, erlernet werden.

Nur so viel dienet hier, daß Additio harmonica sey eine Multiplicatio der Brüche, Subtractio harmonica, eine Divisio der Brüche, vid. §§. 149. 159. Zur Copulation und Mediation dienen §§. 275. 279.

Die Comparatio hat zum Grunde den §. 137.

Andrer Theil Der Arithmetischen Wissenschafft.

CAPUT I. Von Numero figurato.

I. Definitiones:

§. 281. Eine Zahl, wenn sie mit Puncten auf dem Papier oder mit kleinen Kugeln sonst vorgestellet wird, lässet sich entweder in einer geraden Linie, oder einer Plan- oder einer Cörperlichen Figur vorstellen, daher ist die Zahl entweder Numerus linearis, Linien-Zahl, als fünff . . . . ., oder Plan-Zahl, als sechs :::, oder .˙.˙., oder eine Cörperliche Zahl Numerus solidus, als fünff, die sich in Form einer Pyramidis; oder acht, die sich in Form eines Würffels durch kleine Kugeln oder Würffeln vorstellen lasset.

§. 282. Numerus planus insonderheit heisset eine aus zweyen mit einander multiplicirten Zahlen bestehende Zahl, worbey denn aber die Unität auch als eine Zahl anzusehen. Zum

Exem-

Exempel 6 erwächset aus 2 und 3, item 3 entstehet aus 3 und 1.

§. 283. Die Zahlen, welche mit einander multipliciret, einen solchen Numerum planum machen, heissen latera oder Seiten des Plani, als 3 und 2 sind des Plani 6, item 3 und 1 sind des Plani 3, Seiten oder latera. Conf. §. 24.

§. 284. Quadratus numerus oder quadratum heisset eine aus einer durch sich selbst multiplicirte Zahl entstandene Zahl, als 9 entstehet aus 3 mahl 3, und sind also 3 und 3 die latera des quadrati. Das latus eines quadrati heisset auch eine quadrat-Wurtzel oder radix.

§. 285. Numerus altero latere longior heisset ein Numerus planus, dessen eine Seite grösser oder länger ist als die andere, als 6 bestehet aus ungleichen Seiten 3 und 2.

§. 286. Pronic-Zahl heisset die Summ einer quadrat-Zahl und ihrer Radicis.

§. 287. Eine Polygonal-Zahl heißt insgemein eine Zahl, die sich als eine regular-eckigte Figur durch Puncte lässet vorstellen.

Zusatz.

§. 288. Nachdem der Ecken viel sind, nachdem bekommt sie auch besondere Nahmen und heisset Trigonal, als 1. 3. 6. 15., Tetragonal, als 1. 4. 9. 16., Pentagonal, als 1. 5. 12. 22., Hexagonal, als 1. 6. 15. 28. und so weiter.

§. 289. Numerus solidus heisset eine Zahl, die in Kugeln oder Würffeln sich lässet nach der Länge, Breite und Höhe vorstellen. Zum Ex. 24 lässet sich in Würffeln so vorstellen, daß vier Riegen, iede von drey Würffeln, neben einander liegen, und eine Schichte machen, und der Schichte zwey über einander liegen. Oder: Numerus solidus ist eine aus drey mit einander multiplicirten Zahlen entstehende Zahl, als 24 entstehet aus 2. 3. 4.

§. 290. Numerus cubicus oder Cubus ist eine aus der Multiplication des Quadrats mit seiner Radice entstehende Zahl, als 27. bestehet aus dem Quadrat 9, durch dessen Radicem 3 multipliciret.

§. 291. Columnar-Zahl heisset eine durch ihre Radicem multiplicirte Polygonal Zahl. Zum Exempel: 35 ist eine Pentagonal-Zahl, deren Radix 5. ist, wenn hiemit die Polygonal multipliciret wird, kommen 175, so eine Columnar-Zahl ist.

§. 292. Pyramidal-Zahl heisset eine aus einigen von eins auf einander folgenden Polygonal-Zahlen einer Art durch Addiren entspringende Zahl, z. E. 1. 5. 12. 22. 35. sind Pentagonal-Zahlen, derer Summe 75, ist eine Pentagonal-Pyramidal-Zahl.

Zusatz.

§. 293. Aus Zusammensetzung der Pyramidal- und Columnar-Zahl, nur daß ein Glied abgenommen wird, entstehet eine Pyrgoïdal-Zahl. z. E. aus der Pentagonal-Zahl 35, würde eine vollständige Columnar-Zahl 175, (§. 291.) ein Glied aber davon genommen, bleibt 140, hiezu die Pyramidal von gleichen Seiten und Art 75, (§. 292.) komt 215 eine Pyrgoidal-Zahl.

§. 294. Numeri similes, oder ähnliche Zahlen sind, deren Seiten einerley Proportion gegen einander haben. Als 3 und 12 sind ähnliche Plan-zahlen, weil sich der ersten Seiten 1 gegen 3 so verhalten, wie der andern Seiten 2 gegen 6: item 6 und 48 sind cubisch-ähnliche Zahlen, denn die drey Seiten der ersten 1, 2, 3, haben die Proportion unter einander, welche die drey Seiten der andern 2, 4, 6.

§. 295. Extractio radicis ist die Ausfindung der Seiten-Zahl jedes numeri figurati.

Zusatz.

§. 296. Also ist Extractio radicis quadratæ die Ausfindung einer Zahl, die mit sich selbst multipliciret, das quadrat machet; Extractio radicis cubicæ die Ausfindung der Seite oder Zahl, die mit ihrem quadrat multipliciret

ret, den Cubum machet; Extractio polygonalis, &c. die Ausfindung der Zahl, die eine Seite am Polygonal-Zahl machet.

Grund- und Lehr-Sätze.

§. 297. Eine Polygonal-Zahl erwächset aus der Summe einer Arithmetischen Progression. Als die Trigonal aus einer durch die Difference 1 auffsteigenden Progression; Tetragonal aus einer durch die Difference 2; Pentagonal aus einer durch die Difference 3 auffsteigenden Progression, und so weiter. (§. 287.)

§. 298. Die Polygonal-Zahl giebt mit ihrem Nahmen zwey mehr an, als die Difference der Progression ist, woraus die Polygonal erwachsen. (§. 297.)

§. 299. Eine Quadrat-Zahl einer gantzen Radicis, so ein Numerus compositus oder aus mehren, als einer Zieffer bestehet, enthält in sich die quadrata der Theile, und überdem ein gedoppeltes Factum aus den Theilen. Z. E. das quadratum der Radicis 12, so aus 10 und 2 zusammen gesetzet ist, bestehet aus dem quadrato 10 mahl 10 oder 100, und dem quadrato 2 mahl 2 oder 4, und gedoppelt 2 mahl 10, das ist 40. (§. 282. und §. 284.)

§. 300. Einer eintzeln Zahlen quadrat kan höchstens nicht mehr als zwey Zieffern; einer

aus zweyen Ziffern bestehenden Zahlen Quadrat kan höchstens nicht mehr als vier Zieffern haben.

Zusatz.

§. 301. Darum hat ein quadrat von 1 oder 2 Zieffern zur Radice eine eintzelne Zahl, ein quadrat von 3 oder 4 Zieffern, eine Radicem von zwey Zieffern und so weiter.

§. 302. Wenn eine Zahl so vielmahl genommen wird, so vielmahl sie in einer andern enthalten ist, so machet sie eine Zahl, die der andern gleich ist. Zum Exempel, 2 ist in 6 dreymahl enthalten, nehme ich 2 dreymahl, so kommt 6 heraus.

§. 303. Wenn zwey Numeri plani similes mit einander multipliciret werden, so geben sie ein quadrat, (§. 302. §. 284.)

§. 304. Eine Trigonal-Zahl ist eine halbe pronic-Zahl. (§. 250. und §. 286.)

Zusatz.

§. 305. Folglich ist das duplum einer Trigonal-Zahl, eine pronice Zahl.

§. 306. Wenn der grösseste Terminus, oder das Extremum majus einer Arithmetischen Progression durch die Progressional-Difference dividiret wird, so ist der quotient kleiner als der Numerus terminorum um einen

Bruch, dessen Nenner die Difference, der Zehler eins weniger ist. (§.248.)

§. 307. Wenn die Summe des ersten Termini (1) und des letzten Termini durch die Progreſsional-Difference dividiret wird, so ist der Quotient kleiner, als der Numerus Terminorum, um einen Bruch, dessen Nenner die Difference, der Zehler um zwey kleiner ist. (§. 306.)

§. 308. Wenn das duplum einer Polygonal-Zahl mit der Progreſsional-Difference dividiret wird, so ist der quotient ein Numerus altero latere longior, dessen kürtzere Seite kleiner als der grössern ist um einen Bruch, dessen Nenner die Differentia progreſsionalis, der Zehler aber um zwey weniger ist. (§. 250. §. 305. §. 285.)

§. 309. Aus der Pronic-Zahl wird ein quadrat, wenn darzu addiret wird, $\frac{1}{4}$, (§. 299. §. 282. und §. 286.)

§. 310. Ein Numerus altero latere longior wird zum quadrat, wenn man darzu addiret, das quadrat der halben Difference der Seiten. (§. 299. und §. 285.)

§. 311. Der Cubus einer eintzelnen Zahl kan nicht mehr als drey Zieffern haben.

§. 312. Ein Cubus höchstens von drey Zieffern hat nicht mehr als eine Zieffer zur Radice; höchstens von sechs Zieffern, nicht mehr als zwey Zieffern zur Radice, und so weiter.

§. 313. Wenn aus einer Radice von zwey Ziffern ein Cubus gemachet, so hält derselbe in sich zwey Cubos der Theile, und überdem drey Taffeln Stücke, so gemacht werden aus dem mit dem kleinern Theile multiplicirten quadrato des grössern Theiles, und endlich drey Balcken-Stücke, so da gemachet werden aus dem mit dem grössern Theil multiplicirten quadrato des kleinern Theils. (§. 299. §. 290.)

1. Aufgabe.

§. 314. Aus einer Zahl, z. E. 12, einen quadrat zu machen.

Multipliciret die Zahl 12 mit sich selbst, komt 144 eine quadrat-Zahl. (§. 284.)

Zusatz.

§. 315. Addiret ihr die Zahl oder Wurtzel zu ihrem quadrat, so ist die Summe 156, eine Pronic-Zahl. (§. 286.)

2. Aufgabe.

§. 316. Aus einer Zahl, z. E. 24, einen Cubum zu machen.

Quadriret erst 24, das ist, machet daraus ein quadratum 576, (§. 284.) das quadratum multipliciret mit seiner radice 24, kommt 13824 eine Cubische Zahl. (§. 290.)

Zusatz.

§. 317. Eben so werden auch aus Brüchen quadrat- pronic- und cubic-Zahlen gemachet, z. E. aus $\frac{2}{3}$ ist das quadrat $\frac{4}{9}$; die Pronic-Zahl $\frac{10}{9}$; der Cubus $\frac{8}{27}$.

3. Aufgabe.

§. 318. Aus einer Wurtzel eine Polygonal-Zahl. z. E. aus 19 eine Pentagonal-Zahl zu machen.

Weil die Polygonal-Zahl ist eine Summe so vieler in Arithmetischer Progression von eins fortschreitender Terminorum, so viel Terminos die Wurtzel andeutet, (§. 297.) Und aber der Polygonal-Nahme die Difference der Progression angiebet, (§. 298.) so sind in dieser Aufgabe gegeben, der erste Terminus 1, und die Difference 3, woraus der neunzehnte Terminus gefunden wird 55. (§. 264.) Ferner aus diesem letzten Termino 55, und dem ersten 1, und der Anzahl der Terminorum, so die Wurtzel 19 ist, wird (§. 266.) gefunden die Summe aller Terminorum 532, so die verlangte Pentagonal-Zahl ist. (§. 287. und §. 298.)

TABULA
zu den Quadratis und Cubis einßeler Zahlen.

Rad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quad.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubi.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

4. Aufgabe.

§. 319. Aus einer quadrat-Zahl radicem zu extrahiren. Z. E. Aus 7569.

Vertheilet die Zahlen in ihre Glieder, dergestalt, daß von der Rechten anzufangen nach je zwey Zahlen ein Strich gemachet werde. Als 75|69, so zeigen die zwey Glieder, daß die radix werde zwey Zieffern haben, (§. 301.) Zu dem ersten Gliede zur Lincken 75, sucht aus vorgesetzter Quadrat-Tabelle das nächste quadrat 64, dessen radix ist 8, (und folglich vor 7500 die radix bißher 80), so an seinem Ort nach dem Circkel-Bogen zu schreiben, subtrahiret das quadrat 64 von 75 (oder 6400 von 7500) bleiben 11, (oder 1100.) Hierzu addiret das folgende Glied, kommen 1169. Stehet also:

75 | 69 (8 oder 75 | 69 (80
64 | : : 64 | 00
———— ————
11 69 11 69

Weil nun in diesem 1169 noch enthalten ist das Quadratum der kleinen Zieffer und das Duplum des Producti, so aus beyden Theilen gemacht wird, (§. 299.) so nehmet den gefundenen Theil der radicis, 8 (oder 80) doppelt, kommt 16 (oder 160) diese 16 setzet wegen der anhängenden Null so unter, daß ein Platz vor eine Zieffer zur Rechten leer bleibe, suchet damit als einem Divisore den Quotienten 7, und füget denn diesen nicht nur dem ersten Theile der Wurtzel an gehörigem Orte bey, sondern addiret ihn auch zu dem Duplo producti, daß ihr bekommt 167: dieses Duplum des grössesten Theils, zusamt dem gefundenen kleinern Theil, multipliciret durch den kleinern Theil 7, so bekommt ihr das Duplum des Producti aus beyden mit einander multiplicirten Theilen der Radicis, zusamt dem Quadrato des kleinern Theils, so in 1169 enthalten, und davon zu subtrahiren war, und ist also die gantze Radix 87. Es stehet also:

```
75|69 (87      oder:   75|69 (80
64|:                   64|00   7
-----                  ----------
11 69                  11 69  (87
 1 67 (7                1 6̸
11 69                     7 (7
-----                  11 69
00 00                  -----
                       00 00
```

I. Zusatz.

§. 320. Wenn das Quadrat zur Wurtzel drey oder mehr Zieffern bekommt, so ist die Operation mit dem vorigen gantz einerley; nur ist zu mercken, daß dem dritten und folgenden Gliedern, das Duplum der gesamten bereits pro radice gefundenen Zahl den Divisorem abgebe: z. E. das Quadrat sey 126736, welches zur Radice drey Zieffern hat, die gefunden werden, wie folget:

```
        12|67|36 (356.
         9|: |: :
        ----------
         3 67 : :
           65 (5
          325
        ---------
          42 36
Dupl. 35)  7 06 (6
          42 36
        ---------
          00 00
```

2. Zusatz.

§. 321. Aus einem Bruche oder gantz und gebrochenen, so zu puren Brüchen gemacht sind, wird die Quadrat gefunden, wenn aus dem Zähler so wohl als Nenner, die Radix gefunden, und diese gebührend Bruch-weise unter einander gesetzet werden. Z. E. das Quadrat sey $6\frac{1}{4}$ oder $\frac{25}{4}$, nun ist die Radix aus dem Zähler 25, 5, und aus dem Nenner 4 ist die Radix 2: darum ist $\frac{5}{2}$ oder $2\frac{1}{2}$ die Radix aus dem Quadrat $6\frac{1}{4}$ oder $\frac{25}{4}$.

3. Zusatz.

§. 322. Nicht eine iede Zahl ist eine Quadrat-Zahl (§. 284.) darum lässet sich auch nicht aus ieder Zahl eine vollkommene Radix finden; Z. E. aus 7, 39, 149 lassen sich keine vollkommene Radices quadratæ finden. Wenn aus solchen Zahlen nun eine Radix verlanget wird, so setzet man davor das signum radicis ($\sqrt{}$) z. E. $\sqrt{7}$ heisset Radix quadrata aus 7, $\sqrt{149}$ heist Radix quadrata aus 149. u. s. w. oder man suchet die Radicem per approximationem beynahe, und dieses geschicht auf zweyerley Weise: (1) Man hänget an die gefundene Radicem einen Bruch, dessen Zähler die übrig bleibende Zahl, der Nenner aber das Duplum der vorher gefundenen Radicis ist. Diese Radix

dix aber wird alsdenn grösser als die wahre Radix; (§. 299.) Z. E. aus 149 wäre auf diese Weise Radix $12\frac{5}{24}$, aber zu groß.

(2) Man setzet hinter der gegebenen Quadrat-Zahl so viel paar Nullen, als beliebig ist, setzet darunter eins mit eben so viel paar Nullen, so bekommt ihr einen der gegebenen Zahl gleich geltenden Bruch. (§. 113.) Hieraus kan die Radix gezogen werden, (§. 321.) so aber wegen des im Zähler allezeit bleibenden Uberschusses zu klein, z. E. $\frac{1490000000}{10000000}$ ist so groß als 149, die Radix daraus ist $\frac{12206}{1000}$, oder $12\frac{206}{1000}$. Daß man paar Nullen setzet, geschiehet daher, damit man im Nenner ein justes Quadratum habe. Man darff aber solchen Bruch nicht allemahl würcklich machen, sondern nur nach der Operation der durch paar Nullen verhöheten Zahl, unter die Radicem zum Nenner eins mit so viel eintzelnen Nullen setzen, so viel paar Nullen man zur gegebenen Zahl gesetzet hatte.

5. Aufgabe.

§. 323. Aus einer Pronic-Zahl die Radicem zu finden. Z. E. die Pronic-Zahl sey 42.

Addiret zu der Pronic-Zahl $\frac{1}{4}$, kommt $42\frac{1}{4}$, so eine Quadrat-Zahl ist, (§. 309.) ziehet hieraus Radicem quadratam, (§. 321.) kommt, $\frac{13}{2}$, hievon ziehet $\frac{1}{2}$ ab, bleiben $\frac{12}{2}$, oder 6 vor die Pronic-Wurtzel. (§. 286. §. 295.)

Zusatz.

§. 324. Weil das Duplum einer Trigonal-Zahl eine Pronic-Zahl ist, (§. 305.) so dupliret die Trigonal-Zahl, und ziehet daraus die Pronic-Wurtzel. (§. 323.) solche ist auch die Trigonal-Wurtzel, z.E. 1830 sey die Trigonal-Zahl.

	1830	
	———(2	
dupl.	3660	eine Pronic-Zahl.
add.	$\frac{1}{4}$	
	$3660\frac{1}{4}$	eine Quadrat-Zahl.
deren rad. quadr.	$60\frac{1}{2}$	
subtr.	$\frac{1}{2}$	
Radix trigon.	60	

Auf gleiche Weise findet man an der Trigonal-Zahl 6328 die Trigonal-Rad. 112

"	46665	305
	7750	124

Item: Eine Schlacht-Ordnung in Form eines Trianguls gestellet, bestehet aus 45150 Mann, wie viel sind der Glieder? Antwort: 300.

6. Aufgabe.

§. 325. Aus einer Zahl, die da ist numerus altero latere longior, wenn nur die Difference der Seiten bekannt ist, beyde Seiten ins beson-

besondere zu finden, z. E. der numerus altero latere longior sey 28, die Difference der Seiten sey 3.

Die Helffte der Difference der Seiten quadriret, und addiret dieses Quadrat zu der Zahl, so ist die Summa eine Quadrat-Zahle, (§. 310.) extrahiret daraus den Radicem quadratam derselben Radicis, addiret und subtrahiret die halbe Difference der Seiten, so kömmt dort die grösseste, hie die kürtzeste Seite heraus.

Numerus altero latere longior		28
Difference der Seiten	,	3
Halbe Difference	,	$\frac{3}{2}$
Deren Quadrat	, ,	$2\frac{1}{4}$
Hiezu addiret die Zahl selbst	,	28
Summa, so ein Quadrat	,	$30\frac{1}{4}$
Daraus radix quadr. ist	,	$5\frac{1}{2}$
Die halbe Difference subtr.	,	$1\frac{1}{2}$
Komt vor die kürtzeste Seite	,	4
Die halbe Difference addiret,	,	$1\frac{1}{2}$
Zur radice quadr.	, ,	$5\frac{1}{2}$
Komt vor die längste Seite	,	7

Zusatz.

§. 326. Weil das Duplum einer jeden polygonal-Zahl, wenn sie durch die progressional-Difference dividiret ist, alsdenn einen numerum altero latere longiorem machet, dergestalt, daß die Difference der laterum ein Bruch sey, dessen Nenner die progressional-Difference, der Zehler um zwey weniger, (§. 305.) so wird aus ieder Polygonal-Zahl die Wurtzel also gefunden: Dupliret die Polygonal-Zahl, dividiret das Duplum mit der Progressional-Difference, (welche jedes mahl um zwey weniger ist, als der Nahme der Polygonal andeutet (§. 278.) zu dem Quotienten addiret das Quadrat der halben Differentiæ laterum, so ist die Summa ein Quadrat: ziehet daraus radicem quadratam, zu der radice addiret die halbe Differentiam laterum, so bekommt ihr die radicem der Polygonal-Zahl: z. E. es sey die Pentagonal-Zahl 176

Duplum	352 (2
Durch Differ. prog. 3. divid.	$117\frac{1}{3}$
Quotiens	
Differentia laterum	$\frac{1}{3}$
Deren Helffte	$\frac{1}{6}$
Deren Quadratum	$\frac{1}{36}$
Add. Quotiens	$117\frac{1}{3}$
Summa, so eine Quadrat-Zahl ist	$117\frac{13}{36}$

Sum-

Summa so eine Quadrat-Zahl ist			$117\frac{13}{36}$
daraus radix quadrata ist			$10\frac{5}{6}$
Die Helffte der Diff. lat. add.			$\frac{1}{6}$
Radix pentagonalis		;	11

So wird auch gesuchet und gefunden aus der

Hexagonal	276	Radix	12
Heptagonal	2205	; ;	30
Octogonal	7601	Radix	51
Hecatontagon.	1970001	; ;	201

7. Aufgabe.

§. 327. Aus einer Cubischen Zahl, zum Ex. 300763 eine radicem cubicam auszuziehen. Weil eine Zahl von mehr als drey Zieffern, mehr als eine Zieffer zur gantzen Wurtzel hat, (§. 312.) so zertheilet die Zahl in Glieder, dergestalt, daß von der Rechten an zu zehlen, je nach drey Zahlen ein Strich gesetzet werde, wodurch diese Zahle in zwey Glieder vertheilet wird, zum Zeichen, daß die Wurtzel werde zwey Zieffern haben. 300|763 (

Zu dem ersten Gliede zur Lincken 300, suchet den darinn enthaltenen nächsten Cubum 216, (§. 318.) dessen radicem 6 (oder 60) schreibet an seinen Ort, den Cubum 216 aber ziehet ab von dem Gliede 300, (oder, welches eben so viel ist, 216000 von 300000) bleiben 84, (das ist 84000) dazu rücket addendo das folgende Glied

Glied 763, und kommt also 84763. Stehet also:

3·0·0|763 (6		oder:	3·0·0|763 (60
216|:::			216|000
84763			·84763

Weil nun (§. 213.) in diesen 84763 enthalten (1) drey Tafel-Stücke, das ist das Triplum quadrati des gefundenen grössern Theils, mit dem kleinern Theil multipliciret; (2) Drey Balcken-Stücke, das ist das triplum des schon gefundenen grössern Theils, mit dem quadrato des kleinern Theils multipliciret; und (3) der Cubus des kleinern Theils: so machet aus dem schon gefundenen grössern Theil der radicis 6 (oder 60) ein quadrat 36 (oder 3600) multipliciret es mit drey, kommt 108 (oder 10800 weshalb denn 108 muß unter die dritte Zahl vom Ende geleget werden,) und gebrauchet diese Zahl als einen Divisorem, zu finden die Zahl, welche durch Multiplication des grössern Quadrats drey Tafeln machet: Nehmet auch das triplum des grössern Theils der radicis 6 (oder 60) 18 (oder 180, weshalb unter der andern Zahl vom Ende 18 muß geleget werden.) Mit dem Divisore 108 (oder 10800) suchet in der oberstehenden Zahl 84763 den quotienten 7, und schreibet denselben als den kleinern Theil der radicis nicht allein an gehörigen Ort zu dem schon

gefundenen Theil 6 (oder 60) daß ihr 67 habt, sondern setzt ihn auch vor dem triplo quadrati oder divisore, dessen quadrat aber von dem triplo radicis, zur Anzeige, daß diese Zahlen mit einander gebührend sollen multipliciret werden. Wie folget:

300	763(67 oder		300	763(67
216	:::		216	000
84	763		84	763
7—10	8::		7—10	800
49——	18:		49——	180

Unterziehet einen Strich und setzet den Cubum des quotienten 7, nemlich 343 so unter, daß dessen letzte Zahl unter der letzten Zahl des Gliedes stehe; Multipliciret ferner mit dem quadrat 49 das triplum radicis 18 (oder 180) und setzet auch dieses gebührend unter, so habt ihr die drey Balcken-Stücke: Endlich multipliciret auch das triplum quadrati mit der vorgesetz-Zahl 7, und schreibet solches gebührend unter, so habt ihr drey Taffel-Stücke, diese addiret in eine Summe und subtrahiret dieselbe, wie folget:

300 | 763 (67
216 | : : :

84 763
7—10 8 : : tripl. quadr.
49—— 18 : tripl. rad.

343 Cubus.
162 } Drey Balcken-Stücke.
72 }
756 Drey Tafel-Stücke.

84763 Summa.

00000

oder

300 | 763 (67
216 | 000

84 763
7—10 800
49—— 180

343
1620
720
75600

84763

00000

I. Zusatz.

§. 328. Wenn der Cubus so groß ist, daß drey oder mehr Zieffern pro radice heraus kommen, so ist die Operation bey dem ersten und andern auch folgenden Gliedern nicht anders als hiebevor gezeiget, nur daß bey dem dritten und folgenden Gliede nicht das quadrat einer eintzelnen Zahl, sondern das quadrat der gesamten pro radice bereits gefundenen Zahl muß tripliciret werden, wie folgendes Exempel weiset:

```
   119|095|488 (492
    64|:::|:::                      49
   ----                             49
     55 095 :::                   ------
  9— 48     :::                    441
 81——12     :::                   196
   -------                        ------
       729  :::                   2401 Quadr.
        12  :::                      3
       96   :::                   ------
      432   :::             divis. 7203 tripl. □
    --------
     53649  :::
    --------
      1446488
    2—7203  ::
    4——147  :
    -----------
         5888
     14406
    -----------
      1446488
    -----------
      0000000
```

2. Zusatz.

§. 329. Aus Brüchen und Mixtis wird die Radix Cubica gezogen, wenn so wohl aus dem Zehler als Nenner die Radix gezogen und beyde Bruch-weise gebührend unter einander gesetzet werden. Z. E. aus $\frac{8}{27}$ ist Radix Cubica $\frac{2}{3}$, aus $4\frac{12}{125}$ ist Radix Cubica $1\frac{3}{5}$.

3. Zusatz.

§.330. Nicht alle Zahlen sind vollkomene Cubische Zahlen, und folglich läst sich nicht aus allen Zahlen eine perfecte Cubische Radix in Zahlen finden und angeben. Z. E. 9 hat keine vollkommene cubische radicem cubicam in Zahlen. Die Radicem zu haben, setzt man entweder das Signum radicale davor, als $\sqrt[3]{9}$ oder $\sqrt{}c.9$, das ist Radix Cubica aus 9, welches alsdann eine Surdische Zahl heist: oder man suchet die radicem per approximationem, nemlich man setzt dahinter so vielmahl drey Nullen, als man will, da dann als ein Nenner eins mit eben so viel Nullen unter gesetzet, und ein Bruch wird, der so viel als die gantze gilt, wie hier $\frac{9000000}{1000000}$, gilt so viel als 9. Wenn nun aus diesem Bruche (§.329.) die Radix gezogen, so ist die verlangte Radix gefunden, ist aber etwas kleiner als sie seyn solte, wegen des Residui im Zähler. Daß man aber je drey und drey Nul-

 len

len anhänget, geschiehet daher, damit man wenigstens im Nenner eine vollkommene Cubische Zahl habe. Wiewohl in praxi ist nicht nöthig, den Nenner würcklich hinzusetzen, sondern man darff nur nach vollbrachter Extraction unter die Radicem das eins mit so viel Nullen zum Bruchs Nenner setzen, so viel mahl drey Nullen man an die gegebene Zahl gehänget hat. Stehet also:

```
      9|000|000 ( 208/100  oder 2 8/100
      8 : : : : : :
   ----
      1 000 : : :
  0—1 2 : : : : : :
  0——— 6 : : : : :
  ----------------
      1 000 000
  8 — 1200 0
 64 ——— 60
  ----------------
          512
      38 40
     960 0
  ----------------
     998 912
  ----------------
       1 088 &c.
```

§. 331. Von den übrigen Numeris figuratis, als Columnar-Pyramydal- und Pyrgoidal-Zahlen wären gleichermaßen Lehr-Sätze und Aufgaben anzuführen. Es würde aber

vor

vor die Absicht dieses Compendii zu weitläufftig fallen: und wer Lust hat, kan aus den ertheilten Definitionen durch Beyhülffe der Algebra dieses alles selbst finden.

Des andern Theils II. CAPUT.

Von den Surdischen Zahlen und deren Algorithmo.

I. Definitiones oder Erklärungen.

1. Definition.

§. 332. Eine Surdische (oder Irrational-) Zahl ist eine Zahl, die ein Radical-Zeichen vor sich hat, als $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{12}$.

Zusatz.

§. 333. Sie ist entweder eine Surdische Quadrat- oder Surdische Cubic-Wurtzel. Der Quadrat-Wurtzel Zeichen ist $\sqrt{}$ oder $\sqrt[2]{}$, der Cubic-Wurtzel Zeichen ist $\sqrt[3]{}$.

2. Definition.

§.334. Eine Rational Zahl ist, die kein Radical-Zeichen vor sich hat, als 5. 7. 12.

3. Definition.

§.335. Eine aufgehobene Surdische Zahl ist eine solche Surdische Zahl, die da unmittelbar vor dem Radical-Zeichen eine Rational-Zahl hat, als: $2\sqrt{3}$, $2\sqrt[3]{3}$.

4. Definition.

§.336. Surdi communicantes sind zwey oder mehr surdische Zahlen, die sich durch eine Zahl so dividiren lassen, daß allerseits die Quotienten vollkommene Quadraten oder Cubi sind, nachdem das Radical-Zeichen ist. Z. E. $\sqrt{18}$, $\sqrt{50}$ sind communicantes, denn sie lassen durch 2 sich so dividiren, daß sie beyderseits Quadrata, 9 und 25, heraus bringen.

5. Definition.

§.337. Binonium heisset eine entweder aus zweyen surdischen, oder einer Rational- und einer surdischen Zahl durch das signum plus zusammen gesetzte Zahl, als $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, oder $2+\sqrt{7}$.

6. Definition.

§. 338. Residuum heisset eine aus zweyen, entweder beyden surdis, oder einer Rational- und einer surdischen, durch das signum minus zusammen gehängte Zahl, als: $2 \div \sqrt{2}$, oder $\sqrt{5} \div \sqrt{3}$.

7. Definition.

§. 339. Ein Numerus (surdus) universalis heisset, wenn sich das signum radicale auf das gantze Binonium oder Residuum beziehet. Z. E. $\sqrt{(2+\sqrt{5})}$ heisset eine Radix aus der Summa 2 und Radix von 5. It. $\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{5})}$ heisset eine solche Radix, die gezogen werden soll aus der Summe der beyden surdischen Zahlen, radice aus 3, und der radice aus 5, item $\sqrt{(5 \div \sqrt{2})}$ heisset eine Radix, die da soll gezogen werden aus 5 weniger radix aus 2.

8. Definition.

§. 340. Potentien der Zahlen heissen die Quadrata, Cubi, Biquadrata, derselben; z. E. die Potentien der Zahl 5, sind 25, 125, 625, u. s. w. sie haben ihre gradus, die Zahle selbst ist der erste Grad, das Quadrat der andere, der Cubus der dritte Grad, u. s. w.

9. Definition.

§. 341. Proportio duplicata heist eine sol-

che Proportion unter zwey Zahlen, als unter zwey Quadraten ist.

10. Definition.

§. 342. Proportio triplicata heist eine solche Proportion, als unter zweyen Cubis ist.

II. Willkührliche, Grund- und Lehr-Sätze.

§. 343. Das Zeichen + heisset plus oder mehr, und bedeutet, daß eine Zahl zu der andern addiret sey, als $3+\sqrt{5}$.

§. 344. Das Zeichen — oder ÷ heisset minus oder weniger, und bedeutet, daß eine Zahl von der andern subtrahiret sey.

§. 345. Die Numeri communicantes sind Numeri similes. (§. 336. 274.)

Zusatz.

§. 346. Daher wird ein vollkommen Quadrat daraus, wenn zwey unter einem Quadrat-Radical-Zeichen stehende Communicantes mit einander multipliciret werden. (§. 303.)

§. 347. Ein Minus addiren ist subtrahiren, und ein Minus subtrahiren heisset addiren.

§. 348. Gleiche Zeichen, das ist + und +, it. ÷ und ÷ geben im Multipliciren und Dividiren

diren allezeit +; aber ungleiche Zeichen geben allezeit ÷. (§.347. §.23.)

§.349. Wenn vier Zahlen proportional sind, so sind auch ihre Potentiæ, das ist, ihre Quadrata, item ihre Cubi unter einander proportional. (§.113. §.173.)

§.350. In einer Geometrischen Progression verhält sich ieder Terminus gegen den dritten Terminum davon, wie die Quadrata der beyden ersten Terminorum; und gegen den vierdten, wie die Cubi der beyden ersten: oder ieder Terminus verhält sich gegen den dritten in duplicata ratione, oder proportione der beyden ersten, und gegen den vierdten in triplicata ratione der beyden ersten. (§.342.) Zum Ex. In der Progression 2, 6, 18, 54, 162, 486, verhält sich 18 gegen den dritten Terminum 162, wie die Quadrata der beyden ersten 4, 36, item 18 gegen den vierdten Terminum 486, wie die Cubi der beyden ersten 8, 216.

1. Aufgabe.

§.351. Eine surdische Zahl aufzuheben. Hat sie ein Quadrat-Radical-Zeichen, so dividiret sie durch ein Quadrat und dessen Radix; Setzet vor das Radical-Zeichen: hat sie aber ein Cubic-Radical-Zeichen, so dividiret sie durch einen Cubum; und dessen Radicem setzet vor das Radical-Zeichen. (§.335.)

Z. E.

$$\sqrt{12} \text{ ist } 2\sqrt{3}, \quad \sqrt[3]{54} \text{ ist } 3\sqrt[3]{2}.$$

Zusatz.

§. 352. Den Numerum universalem aufzuheben, muß man erst die Zahl, die zweyfach afficiret ist, aufheben, hernach diese gefundene Zahl nebst der einfach afficirten Zahl weiter nach der Aufgabe vornehmen. Zum Exempel: $\sqrt{(8+\sqrt{48})}$ wird erstlich $\sqrt{(8+4\sqrt{3})}$ hernach $2\sqrt{(2+1\sqrt{3})}$ item $\sqrt{(4+\sqrt[3]{24})}$ wird erst $\sqrt{(4+2\sqrt[3]{3})}$ endlich $2\sqrt{(1+\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}.)}$

2. Aufgabe.

§. 353. Zwey surdische Zahlen zu addiren. Sind sie nicht communicantes, so hänget sie durch das signum + zusammen. Z. E. add. $\sqrt{3}$ und $\sqrt{5}$ facit $\sqrt{3}+\sqrt{5}$. It. add. 2 und $\sqrt{7}$ facit $2+\sqrt{7}$.

Sind sie aber communicantes, so hebet sie auf, (§. 351.) und addiret die Zahlen vor dem signo ordentlich, z. E.

Addi-

Addiret $\sqrt{8}$ $\sqrt{18}$ oder $2\sqrt{2}$
$3\sqrt{2}$

$5\sqrt{2}$ oder $\sqrt{50}$. (§. 351.)

Item $\sqrt{12}$ und $\sqrt{108}$ oder $2\sqrt{3}$
$6\sqrt{3}$

$8\sqrt{3}$ oder $\sqrt{252}$.

Item $\sqrt{28}$ und $\sqrt{63}$ oder $2\sqrt{7}$
$3\sqrt{7}$

$5\sqrt{7}$ oder $\sqrt{175}$.

1. Zusatz.

§. 354. So hält mans auch mit den Surdis universalibus. Z. E.

add. $\sqrt{(2+\sqrt{3})}$ und $\sqrt{(5+\sqrt{7})}$ facit $\sqrt{(2+\sqrt{3})}+\sqrt{(5+\sqrt{7})}$.

Wo sie aber communicantes sind, so hebet man sie auf, und addiret alsdann. Zum Ex. $\sqrt{(75+\sqrt{625})}$ und $\sqrt{(27+\sqrt{162})}$ sind aufgehoben: $3\sqrt{(3+\sqrt{2})}$
$5\sqrt{(3+\sqrt{2})}$

$8\sqrt{(3+\sqrt{2})}$.

2. Zusatz.

§. 355. Auf gleiche Weise verfähret man auch mit den Binoniis und Residuis, nur daß man gleiches gegen gleiches hält, und sich mit dem Signo

Signo Plus und minus in Acht nimmt. Denn sind die signa gleich, so bleibets beym Addiren; sind die signa ungleich, so werden die Zahlen subtrahiret, und der grössern signum wird dem Facit selbiger Zahl vorgesetzet. (§. 347.)

Exempel des ersten Vorfalles:

	$3 + 2\sqrt{3}$	$9 + \sqrt{3}$
	$7 + 3\sqrt{3}$	$7 + \sqrt{5}$
Facit	$10 + 5\sqrt{3}$	$16 + \sqrt{3} + \sqrt{5}$.

It:	$12 \div \sqrt{3}$	$3\sqrt{3} \div 5\sqrt{2}$
	$5 \div 3\sqrt{3}$	$7\sqrt{3} \div 3\sqrt{2}$
fac.	$17 \div 4\sqrt{3}$	$10\sqrt{3} \div 8\sqrt{2}$ od. $\sqrt{300} - \sqrt{128}$

Exempel des andern Vorfalles:

	$6 \div \sqrt{7}$	$12 + 3\sqrt{2}$	$7 \div 5\sqrt{3}$
	$9 + 3\sqrt{7}$	$7 \div 2\sqrt{2}$	$9 + 2\sqrt{3}$
Fac.	$15 + 2\sqrt{7}$	$20 + \sqrt{2}$	$16 \div 3\sqrt{3}$

3. Zusatz.

§. 356. Wenn die Summe und die Difference einerley Zahlen addiret werden, so komt das Duplum der grössern Zahl heraus.

Als:	$7 + \sqrt{3}$	$4 \div \sqrt{2}$
	$7 \div \sqrt{3}$	$4 + \sqrt{2}$
Fac.	14	8

3. Auf-

3. Aufgabe.

§. 357. Eine surdische Zahl von der andern zu subtrahiren.

Wenn die Zahlen nicht communicantes sind, so hänget man sie zusammen durch das signum minus. (§. 343.)

Subtrahiret von $\sqrt{7}$
$\sqrt{3}$

$\sqrt{7} \div \sqrt{3}$.

Item: $\sqrt{10}$ $\quad$ $\sqrt{8}$
$\sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{5}$

$\sqrt{10} \div \sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{8} \div \sqrt{5}$

Wenn die Zahlen aber communicantes sind, so hebet sie auf, (§. 351.) und subtrahiret die Zahlen vor dem Zeichen, wie folget:

$\sqrt{50}$ oder $5\sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{75}$ oder $5\sqrt{3}$
$\sqrt{18}$ oder $3\sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{27}$ $\quad$ $3\sqrt{3}$

$2\sqrt{2}$ od. $\sqrt{8}$ $\quad$ $2\sqrt{3}$ od. $\sqrt{12}$

Item: $\sqrt{605}$ oder $11\sqrt{5}$
$\sqrt{45}$ $\quad$ $3\sqrt{5}$

$8\sqrt{5}$ oder $\sqrt{320}$

Item: $\sqrt{216}$ oder $6\sqrt{6}$
$\sqrt{54}$ $\quad$ $3\sqrt{6}$

$3\sqrt{6}$ oder $\sqrt{54}$

1. Zu-

I. Zusatz.

§. 358. So werden auch Binomia von einander subtrahiret, ein iedes nemlich von seiner Art, nur daß man wohl Acht habe auf die signa plus und minus. (§. 347.) Es sind aber der Vorfälle dreyerley:

(1) Wenn das signum oben und unten eins, und die untere Zahle kleiner ist, so subtrahiret man ordentlich, und behält beym Uberschuß einerley Zeichen, als:

$$\begin{array}{r} 7 \div 3\sqrt{2} \\ 3 \div 1\sqrt{2} \\ \hline 4 \div 2\sqrt{2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 + 4\sqrt{5} \\ 6 + 3\sqrt{5} \\ \hline 2 + 1\sqrt{5} \end{array} \qquad \begin{array}{l} 9 + 5\sqrt{6} \\ 5 + 3\sqrt{3} \\ \hline 4 + 5\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \end{array}$$

(2) Wenn oben und unten zwar einerley Zeichen, aber die untere Zahl grösser ist, und alsdenn subtrahiret man das oberste von dem untersten, und setzet vor den Uberschuß das contraire Zeichen. Als:

$$\begin{array}{r} 6 + 3\sqrt{2} \\ 2 + 5\sqrt{2} \\ \hline 4 \div 5\sqrt{2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \div \sqrt{7} \\ 6 \div 2\sqrt{7} \\ \hline 3 + \sqrt{7} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \div 2\sqrt{3} \\ 7 \div 4\sqrt{3} \\ \hline 1 + 2\sqrt{3} \end{array}$$

(3) Wenn die Zeichen oben und unten ungleich sind, so wird addiret, (§. 347.) und das

Facit

Facit bekommt das signum der obersten Zahl: als:

$$\begin{array}{ccc} 7 + \sqrt{3} & 18 \div 2\sqrt{5} & 12 \div 5\sqrt{2} \\ 5 \div 2\sqrt{3} & 3 + 1\sqrt{5} & 1 + 1\sqrt{2} \\ \hline 2 + 3\sqrt{3} & 15 \div 3\sqrt{5} & 11 \div 6\sqrt{2} \end{array}$$

2. Zusatz.

§. 359. Bey der Subtraction der Universal-Zahlen ist weiter nichts zu observiren, als bey den gemeinen surdischen Zahlen. Z. E. von

$\sqrt{}(7+\sqrt{3})$ subtrahiret $\sqrt{}(2+2\sqrt{3})$

Fac. $\sqrt{}(7+\sqrt{3}$ —— $\sqrt{}(2+2\sqrt{3})$

Oder wenn es communicantes, so hebet sie erst auf, als subtr. von

$\sqrt{}(18+\sqrt{243})$ oder $\sqrt{}(18+9\sqrt{3}$

$\sqrt{}\ (8+\sqrt{}\ 48)$ $\sqrt{}\ (8+4\sqrt{3}$

$$\begin{array}{ll} \text{oder} & 3\sqrt{}(2+1\sqrt{3}) \\ & 2\sqrt{}(2+1\sqrt{3} \\ \hline \text{Facit} & \sqrt{}(2+\sqrt{3}) \end{array}$$

3. Zusatz.

§. 360. Wenn die Difference zweyer Zahlen von der Summa eben der beyden Zahlen subtrahiret wird, so ist der Uberschuß das Duplum der kleinern Zahl, so das signum plus vor sich hatte, als:

$$2 + \sqrt{5}$$
$$2 \div \sqrt{5}$$

Fac. $2\sqrt{5}$ oder $\sqrt{20}$.

4. Aufgabe.

§. 361. Eine surdische Zahl mit einer andern surdischen Zahl zu multipliciren. Z. Exemp. $\sqrt{3}$ mit $\sqrt{5}$.

Multipliciret die Zahlen, und setzet vor das Product das signum. So ist $\sqrt{15}$ die gesuchte Zahl. (§. 349.) Weil nemlich eins, Multiplicator, Multiplicandus und Productum, vier Proportionales sind.

1. Zusatz.

§. 362. Eine surdische Quadrat-Wurtzel mit sich selbst multipliciret machet eine Rational-Zahl, als $\sqrt{5}$ mit $\sqrt{5}$ machet 5.

2. Zusatz.

§. 363. Eine Rational- und Surdische Zahl werden multipliciret, wenn man die Rational-Zahl vor das Signum setzet.

Z. E. 3 mit $\sqrt{3}$

Fac. $3\sqrt{3}$.

3. Zusatz.

§. 364. Ein Binomium oder Residuum wird mit dem Binomio oder Residuo multipliciret, wenn man die Partes, jedes nach seiner Art, multipliciret, und die Producta, wie müglich, durch addiren zusammen ziehet, nur daß die Signa plus und minus observiret werden. (§. 348. §. 343. und §. 353.)

Z. E.

$$\begin{array}{l} 2+\sqrt{3} \\ 3\div\sqrt{2} \\ \hline \div 2\sqrt{2}\div\sqrt{6} \\ 6+3\sqrt{3} \\ \hline \end{array}$$

Fac. $6+3\sqrt{3}\div 2\sqrt{2}\div\sqrt{6}$.

Item:

$$\begin{array}{l} 4+\sqrt{2} \\ 8+\sqrt{6} \\ \hline \div 4\sqrt{6}+\sqrt{12} \\ 32+8\sqrt{2} \\ \hline \end{array}$$

Fac. $32+8\sqrt{2}+4\sqrt{6}+\sqrt{12}$

Item:

$$\begin{array}{l} 5\div\sqrt{3} \\ 4\div\sqrt{2} \\ \hline \div 5\sqrt{2}+\sqrt{6} \\ 20\div 4\sqrt{3} \\ \hline \end{array}$$

Fac. $20\div 5\sqrt{2}\div 4\sqrt{3}+\sqrt{6}$.

Item: $3 + \sqrt{2}$

$3 + \sqrt{2}$

$+3\sqrt{2} + \sqrt{4}$ oder $+2$

$9 + 3\sqrt{2}$

$9 + 6\sqrt{2} + 2$ oder $11 + 6\sqrt{2}$.

Item: $5 \div \sqrt{5}$

$5 \div \sqrt{5}$

$\div 5\sqrt{5} + 5$

$25 \div 5\sqrt{5}$

Fac. $30 \div 10\sqrt{5}$.

4. Zusatz.

§. 365. Ein Binomium durch sein Residuum multipliciret giebt eine Rational-Zahl, (§. 362. und §. 355.) Z. E.

$3 + \sqrt{5}$

$3 - \sqrt{5}$

$\div 3\sqrt{5} \div 5$

$9 + 3\sqrt{5}$

Fac. 4.

5. Zusatz.

§. 366. Das Quadratum eines Binomii ist ein Binomium oder Residuum, dessen Ratio-

tional-Theil ist die Summe quadratorum der Theile.

5. Aufgabe.

§. 367. Eine surdische Zahl durch eine surdische Zahl zu dividiren.

Z. E. $\sqrt{12}$ durch $\sqrt{2}$.

Dividiret die Zahlen und setzet vor den Quotienten das Signum radicale, so ist (§. 349.) $\sqrt{6}$ das Facit. Conf. §. 361.

1. Zusatz.

§. 368. Wenn eine surdische Zahl durch eine Rational-Zahl soll dividiret werden, so machet entweder aus der Rational-Zahl die gehörige Potence mit vorgesetztem Radical-Zeichen, und dividiret denn (§. 367.) als

Z. E. $\sqrt{24}$ soll dividiret werden durch 2, macht hieraus $\sqrt{4}$ und dividiret hiemit, so kommt $\sqrt{6}$.

Oder machet aus der Rational-Zahl einen Bruch, dergestalt, daß eins der Zähler, und die Zahl selbst ihr Nenner sey, und setzt den vor das Radical-Zeichen kommt $\frac{1}{2}\sqrt{24}$, welches eben so viel als $\sqrt{6}$ ist.

2. Zusatz.

§. 369. Wenn eine Rational-Zahl durch eine surdische Zahl soll dividiret werden, so se-

tzet man über die surdische Zahl als Nenner eine eins als Zähler, Bruch-weise, vor dem Signo aber die Rational-Zahl.

Z. E. 12 soll dividiret werden durch $\sqrt{6}$.
Facit $12\sqrt{\frac{1}{6}}$, oder $\sqrt{24}$, oder $2\sqrt{6}$.

3. Zusatz.

§. 370. Wenn ein Binomium, durch eine surdische oder auch Rational-Zahl soll dividiret werden, so dividiret einen jedweden Partem besonders, wie sichs gebühret. Z. E.

div. $8+\sqrt{3}$ ($2+\frac{1}{4}\sqrt{3}$.
durch 4

Item: $20 \div \sqrt{5}$ ($20\sqrt{\frac{1}{20}} \div \frac{1}{2}$ oder $\sqrt{20}+\frac{1}{2}$.
durch $\sqrt{20}$

4. Zusatz.

§. 371. Wenn eine Zahl, sie sey rational, oder quadrat surdisch, oder binomium, oder residuum, derselben Art, durch ein binomium oder residuum (welche beyde in quadrat-surdis gegen einander Contraria genannt werden) soll dividiret werden, so multipliciret so wohl den Dividendum als Divisorem durch des Divisoris contrarium; so bekommt ihr zwey Zahlen, die sich gegen einander verhalten wie Dividendus und Divisor (§. 113.) und der Divisor wird eine Rational-

Zahl,

Zahl, (§. 365.) wodurch das Factum dividendi kan dividiret werden. Z. E.

$4 + \sqrt{5}$ soll dividiret werden mit $3 \div \sqrt{5}$

Dividend.	$4 + \sqrt{5}$	Divis.	$3 \div \sqrt{3}$
Contrar. div.	$3 + \sqrt{3}$	Contr. div.	$3 + \sqrt{3}$
Fac.	$12 + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + \sqrt{15}$.	Fac.	6.

Divid.	$12 + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + 15$	quot. $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{6}\sqrt{15}$
Divis.	6	

Bringet also $4 + \sqrt{5}$ durch $3 \div \sqrt{3}$ dividiret $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{6}\sqrt{15}$.

6. Aufgabe.

§. 372. Aus einem Binomio oder Residuo eine Quadrat-Wurtzel zu extrahiren. Subtrahiret die quadrata der Theile von einander, die radicem des Uberschußes addiret, und subtrahiret von dem Rational-Theil der vorhabenden Zahl; aus der Helffte der erwachsenen Summe und der Helffte des Uberschußes extrahiret radicem quadratam, hänget diese radices durch die signa plus und minus zusammen, so ist solches Binomium oder Residuum die verlangte Wurtzel. Z. E.

Extrahiret rad. quadr. aus $19+\sqrt{192}$.

19	$\sqrt{192}$
19	$\sqrt{192}$
171	Quad. 192
19	

Quadr. 361
192 Subtr.
1|69 (13 Radix.
23
69

Rational-Theil	19	19
Rad.	13	13
Summa	32	Diff. 6
	(2	
Helffte	16	Helffte 3

Dessen radix ist 4 deren rad. $\sqrt{3}$

Also ist die verlangte radix $4+\sqrt{3}$.

Item,

Item, sucht rad. quadr. aus $2 \div \sqrt{3}$.

Quadr.	4	2
	3	1
Differ.	1	1
		2)
Deren R.	1	$\frac{1}{2}$
	2	
Summa	3	
	2)	
	$\frac{3}{2}$	

Die verlangte radix $\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{2}}$

Das Fundament lieget im §. 366. und §. 299. so ist auch aus dem quadrato:

$30 \div \sqrt{500}$	die radix	$5 \div \sqrt{5}$
$22 + \sqrt{384}$	——	$4 + \sqrt{6}$
$55 + \sqrt{1568}$	——	$7 + \sqrt{8}$
$38 \div \sqrt{288}$	——	$6 \div \sqrt{2}$

Zusatz.

§. 373. Wenn die Difference der Quadraten kein Quadrat ist, so läst sich aus dem Binomio und Residuo keine Radix auf diese Weise ziehen, sondern man machet einen Numerum universalem daraus, als Radix aus $7 + \sqrt{5}$ ist $\sqrt{(7 + \sqrt{5}.)}$

7. Aufgabe.

§. 374. Aus einem Binomio eine radicem cubicam zu ziehen.

Das Binomium sey $100+\sqrt{7803}$. Hebet die surdische Zahle auf, (§. 351.) kommt $51\sqrt{3}$, subtrahiret die Zahl nach dem Zeichen von der Zahl vor dem Zeichen, den Uberschuß 48 theilet durch 3, alsdann kommt 16, dessen radix quadrata 4 ist der Rational-Theil, die Zahl nach dem Radical-Zeichen ist der surdische Theil der Wurtzel, $4+\sqrt{3}$. So ist auch aus $38+\sqrt{(1445)}$ die cubische radix, $2+\sqrt{5}$.

1. Zusatz.

§. 375. Das Fundament der Operation lieget im §. 313. weil aber der dritte Theil des Uberschußes nicht allezeit eine Quadrat-Zahl ist, so gehet auch die Extraction entweder gar nicht, oder nicht auf diese Weise an. Und alsdenn wird die Radix eine Cubische Universal-Zahl, als Radix cubica aus $2+\sqrt{3}$ ist $\sqrt[3]{(2+\sqrt[2]{3}.)}$

2. Zusatz.

§. 376. Aus eintzelnen surdischen Zahlen werden die Radices, so wohl quadrata als cubica, durch ein abermahl vorgesetztes Radical-

cal-Zeichen extrahiret. Z. E. aus $\sqrt{3}$ ist rad. quadrata $\sqrt{\sqrt{3}}$ oder $\sqrt[4]{3}$: so auch radix cub. $\sqrt[3]{\sqrt{3}}$ oder $\sqrt[5]{3}$.

Des andern Buches
III. CAPUT.
Von den Logarithmis.

Definitiones oder Erklärungen.

§. 377. Logarithmi sind Hülffs-Zahlen, welche an statt der gemeinen Zahlen genommen, die Mühe des beschwerlichen Multiplicirens und Dividirens erleichtern.

§. 378. Tabulæ oder Canon Logarithmorum sind die nach der Ordnung neben den gemeinen Zahlen gesetzte zukommende Logarithmi.

Zusatz.

§. 379. Wie Logarithmi insgemein unterschieden, werden in Logarithmos der gemeinen Zahlen, und Logarithmos Sinuum und Tangentium, welche letztern doch aus der erstern gebührend gesucht und hergenommen sind: so hat man auch ins besondere die Tabulas Logarithmorum vor die gemeinen Zahlen, und

ins

ins besondere die Tabulas Logarithmorum vor die Sinus und Tangentes. Es haben nemlich die Logarithmi einen besonders grossen Nutzen in der Trigonometria so wol plana als Sphærica, allwo das Multipliciren und Dividiren der grossen Zahlen der Sinuum und Tangentium sonst sehr mühsam seyn würde: Aber sie haben auch ihren Nutzen in der Geometria bevorab in der Stereometria, wie nachher (§. 398.) in einigen Exempeln soll gezeiget werden.

§. 380. Die Merck-Ziefer ist die erste Ziefer des Logarithmi, so durch ein Punct von dem folgenden pfleget abgesondert zu seyn, um leicht einen Logarithmum aufzuschlagen.

II. Grund- und Lehr-Sätze.

§. 381. Zwischen zweyen Zahlen ist das medium Arithmeticum die Helffte ihrer Summe. (§. 249.)

§. 382. Zwischen zweyen Zahlen ist das Medium Geometricum die Radix quadrata, aus dem Producto deren mit einander multiplicirten beyden. (§. 174.)

§. 383. Die Logarithmi sind Zahlen aus Arithmetischer Progression.

§. 384. Wenn drey oder mehr gemeine Zahlen in Geometrischer Proportion oder Progression sind, so sind deren zukommende Logarithmi

mi in Arithmetischer Progression oder Proportion.

§. 385. Media proportionalis Arithmetica zwischen zweyen Logarithmis ist der Logarithmus pro media proportionali Geometrica zwischen den zweyen gemeinen Zahlen. (§. 384.)

Anmerckung.

§. 386. Der Grund der Logarithmorum beruhet auf der Zusammenhaltung der Arithmetischen und Geometrischen Progression. Es haben nemlich die Erfinder der Logarithmorum eine beliebige Geometrische Progression genommen. 1. 10. 100. 1000. 10000. und darüber gesetzet die von Null sich anhebende natürliche Arithmetische Progression.

0	1	2	3	4
1,	10,	100,	1000,	10000.

Darnach haben sie zwischen 1 und 10 die Geometrische, und zwischen 0 und 1 die Arithmetische Mittel-Proportional gesuchet, und die beyderseits herauskommende Zahlen neben einander gesetzet, als zubehörige Zahlen. Doch weil diese Geometrische Mittel-Proportional per approximationem muste gesuchet werden, so hat man allerseits die Zahlen so wol der Geometrischen als Arithmetischen Progression, um sieben Nullen beliebig erhöhet. Weil aber auch

auch so nicht so fort Zahlen pro media Geometrica heraus kamen, die den eintzeln Zahlen 9, 8, 7, gar beynahe gleich waren, so hat man zwischen den gefundenen continuiret die medios zu suchen, biß sie endlich so nahe gekommen, daß sie ohne Irrthum vor gleich konten gehalten werden. Auf solche Weise hat man gefunden den Logarithmum vor 9, hernach vor 5, endlich vor 7, aus diesen aber (§. 392. & seq.) unzehlig mehr. Nemlich aus dem Logarithmo zu 9 fand man den Logarithmum zu 90, 900, 9000, &c. aus dem Logarithmo zu 5 auf gleiche Weise den Logarithm. zu 50, 500, 5000, &c. aus den Logarithmis zu 5 und zu 10 fand man den Logarithm. zu 2, aus dem Logar. zu 2 fand man den Logar. zu 4, 8, 16, &c. aus dem Logar. zu 9 fande man den Logarithmum zu 3, 27 &c. und so weiter unzehlig mehr.

1. Aufgabe.

§. 387. Zu ieder gemeinen Zahl den zugehörigen Logarithmum zu finden.

Zu den gemeinen Zahlen, so nicht mehr als vier Ziefern haben, sind die Logarithmi in Tabulis Logarithmorum ordentlich nach einander gesetzet und leicht zu finden. Wenn aber die Zahl mehr Ziefern hat, z. E. es sey gegeben 6879835, so schneidet die vier vordersten Ziefern

fern zur Lincken ab, 6879, und suchet dazu den Logarithmum, welcher ist: 3.8375253. Weil nun hinter der Zahl zur Rechten noch drey Ziefern anhangen, so vergrössert die Merck-Ziefer des Logarithmi um so viel Unitäten, alsdenn habt ihr (§. 386.) 6.8375253 vor die Zahl 6879000, den partem proportionalem zu den anhängenden 835 zu finden, subtrahiret den gefundenen Logarithmum 3.8375253 von dem nächstfolgenden Logarithmo 3.8375884, (welches eben so viel ist, als wenn ihr den Logarithmum 6. 8375853 von 6. 8375884 subtrahiretet) kommt 631, die Difference der Logarithmorum vor die genommene Zahlen 6879000 und 6880000, welche um 1000 differiren, setzet nun weiter in der Regul Detri diese 1000 vorne, die anhangende 835 hinten, die Difference der Logarithmorum mitten, so findet ihr die Zahl, die zu dem Logarithmo muß addiret werden, damit er just werde. (§. 384.)

1000 —— 631 —— 835

```
        631
       -----
        835
       2505
      5010
     ------
     526885 (
       1000
```

1. Zu-

1. Zusatz.

§. 388. Auf gleiche Weise werden aus der Difference der zwey nächsten Logarithmorum die Logarithmi Sinuum und Tangentium vor die anhängende Secunden gefunden. Zum Exempel: Der Log. sin. vor 30 Grad 30 Min. und 25 Secund.

der Log. Sin. 30 Gr. 30 M. ist 9.6925620
30 Gr. 30 — 9.6923388

Differ. vor 1 Min. oder 60 Sec. ist 2232

60 Secund. — 2232 — 25 Secund.
25

11160
4464

55800 (920+
60)

Log. Sin. vor 30 Gr. 30 M. 25 Sec. - 9.6924308

2. Zusatz.

§. 389. Wer in dem Satz der Regul Detri auch nach dem §. 398 durch Logarithmos den nöthigen partem proportionalem finden will, dem ist es ein leichtes. Wie aber auch solches in minutiis sexagenariis, sinibus und Tangentibus zu gebrauchen, davon wird im V. Capite an seinem Ort Nachricht erfolgen.

2. Auf-

2. Aufgabe.

§. 390. Zu einem Logarithmo die gemeine Zahl zu finden.

Wenn die Merck-Ziefer nicht über 3 ist, so findet sich würcklich der Logarithmus nebst seiner Zahl in den Tabulis Logarithmorum, und zwar wenn die Merck-Ziefer eine Null; zwischen 1 und 10; ist die Merck-Zahl 1; zwischen 10 und 100, ist die Merck-Ziefer 2; zwischen 100 und 1000 ist die Merck-Ziefer 3; zwischen 1000 und 10000; (§. 384. 380) wie nachstehende Exempel auch weisen:

Logarithmi.			Numerus vulgaris.
0. 7781512	=	=	6
1. 8061800	=	=	64
2. 6454223	=	=	442
3. 3935752	=	=	2475

Weiter aber hat man die Logarithmos in Vlacqs oder andern Tabellen nicht, wenn denn nun die Merck-Ziefer grösser als 3 ist, wie z. Ex. in dem Logarithmo 7. 3702685, so nehmet zur Merck-Zahl so lange eine 3, und suchet den Logarithmum wenigstens dem nächst kleinern, solcher ist hie 3. 3701428, dessen Zahl ist 2345, folglich ist vor 7. 3701428 die Zahl 23450000: Ziehet den gefundenen Logarithmum von dem nächst folgenden ab, so kommt 1852 die Differentia Logarithmi derjenigen gemeinen Zahlen, die um 10000 differiren; subtrahiret auch

den gefundenen, aber am Merck-Zeichen erhöheten Logarithmum von dem vorhabenden Logarithmo, bleibt pro Differentia dieser Logarithmorum 1257, wozu die gebührende gemeine Zahl soll gefunden werden, endlich setzet in der Regul Detri:

Diff. Log. – Diff. Num. vulg. Diff. Log.
1852 —— 10000 —— 1257
1257

12570000(: : 6788 pars prop.
1852 : : : 23450000 (addenda.
11112 : : :
——23456788 oder
14580 : : 23456789 die gesuchte Zahl zu dem
1852 : :
12964 : : Logarithmo.

16160 :
1852 :
14816 :

13440

Zusatz.

§. 391. Wenn ein Logarithmus, dessen Merck-Zahl eine Null oder 1 ist, nicht just sich findet in den Tabulis Logarithmorum der gemeinen Zahlen, so vermehret die Merck-Ziefer um so viel Einen, als möglich, und suchet denselben Loga-

Logarithmum, unter die gemeine Zahl aber setzet zum Bruch-Nenner 1 mit so viel Nullen, als Unitäten zur Merck-Zahl genommen sind. Z. Ex. suchet die Zahl zu dem Logarithmo, 0.7198283. Setzet für die Merck-Ziefer 0 die Ziefer 3, und schlaget auf den Logarithmum 3.7198283, dessen Zahl ist 5246; weil aber die Merck-Ziefer um 3 vergrössert war, so setzet unter die gemeine Zahl eins mit drey Nullen, das ist 1000, kommt $\frac{5246}{1000}$ oder $5\frac{246}{1000}$, vor die Zahl des Logarithmi.

3. Aufgabe.

§. 392. Durch Logarithmos zwey Zahlen zu multipliciren.

Addiret der Zahlen Logarithmos, so ist die Summe der Logarithmorum des Products Logarithmus, den man aufschläget, und dabey das Product findet. Z. Ex.

Multipl.	125	— 2.0969100
mit	24	— 1.3802112
Fac.	3000	— 3.4771212, diesen schlaget auf.

1. Zusatz.

§. 393. Folglich wird durch Logarithmos eine Zahl quadriret, wenn man den Loga-

rithmum durch zwey multipliciret oder dupliret z. E.

	24 ——	1.3802112
	——	———— (2
Fac.	576 ——	2.7604224

2. Zusatz.

§. 394. Eine Zahl zu cubiren, darff man den Logarithmum derselben mit 3 multipliciren.

Z. E.	11	1.0413927
	———	———— (3
	1331	3.1241781

4. Aufgabe.

§. 395. Eine Zahl durch die andere zu dividiren. Subtrahiret den Logarithmum Divisorem vom Logarithmo dividendo; Zu dem Uberschuß, als einem Logarithmo, suchet die Zahl, so der Quotient ist: z. E.

Dividend.	1728 ——	3.2375437
Divisor.	36 ——	1.5563025
Quotiens	48 ——	1.6812412

5. Aufgabe.

§. 396. Aus einer Zahl durch Hülffe der Logarithmorum eine Radicem quadratam zu ziehen. Dividiret den Logarithmum durch 2. Zum Exempel:

aus	2304 ——	3.3624825
ziehet	2)	————
Quadr. rad. -	48 ——	1.6812412

6. Auf-

6. Aufgabe.

§. 397. Aus einer Zahl eine Radicem cubicam zu ziehen.

Dividiret den Logarithmum durch 3; z. E.

aus	1728 ——	3. 2375437
ziehet		3) ———————
Cubic. rad.	12 ——	1, 0791812.

7. Aufgabe.

§. 398. Die Regul Detri durch Logarithmos zu verhandeln. Addiret die Logarithmos, wo zu multipliciren war, und subtrahiret die Logarithmos, wo zu dividiren war, rc.

z. E. 5 Ell. —— 12 Thlr. —— 30 Ell.
0.6989700 – 1.0791812 – 1.4771212
1.0791812 add.

2.5563024
0. 6989700 subtr.

72 Thlr. – 1. 8573324

Item: Ein Quadrat-Feld, das 60 Ruthen in den Seiten hält, ist 30 Morgen, wie viel Morgen hält ein Quadrat-Feld, das 90 Ruthen in der Seiten hat?

Quad. 60 — 80 Morg. — Quad. 90

1.7781512 1.4771212 1.9542425

———(2 ———(2

3.5563024 3.9084850

1.4771212 add.

5.3856062

3.5563024 subtr.

$\frac{6750}{100}$ oder $67\frac{1}{2}$ — 1.8293038.

Item: Ein viereckktes Winckel-recht Feld, das 8 Ruthen in der Breite und 15 Ruthen in der Länge hat, hält 1 Morgen: wie breit und lang muß ein Quadrat-Feld von 270 Morgen seyn?

1. Morg. — 15 Ruth. — 270 Morgen.
8 Ruth.

0.0000000 — 1.1760913 — 2.4149733

0.9030900 2.0791813

2.0791813 4.4941546

0.0000000

Logarithmus des Quadrats 4.4941546

2)———

Seite des quad. $\frac{1767}{10}$ od. $176\frac{7}{10}$ - 2.2471773

Item: Eine Kugel hält im Diametro nach dem Maßstabe 15, und wieget ein Pfund: wie viel wieget eine Kugel, die im Diametro nach dem Maßstabe 36 hält? NB. Das Gewichte verhält sich, wie die Cubi der Diametrorum.

Cub. 15 — 1 ℔ — Cub. 36
1.1760913 − 0.0000000 − 1.5563025
——————(3 ——————(3
3.5282739 4.6689075
0.0000000 add.

4.6689075
3.5282739

beynahe $\frac{1364}{100}$ oder $13\frac{64}{100}$ ℔ − 1.1406336

Des andern Buches
IV. CAPUT.
Von den Decimal-Zahlen.

I. Definitiones oder Erklärungen.

§. 399. Decimal-Zahlen sind Brüche, deren Nenner in der Proportion zehn steigen, so aber durch besondere Zeichen angedeutet werden.

§. 400. Eine Prime heist $\frac{1}{10}$ des Gantzen.

§. 401. Eine Secunde heist $\frac{1}{10}$ der Primen, oder $\frac{1}{100}$ des Gantzen.

§. 402. Eine Tertie heist $\frac{1}{10}$ der Secunden, oder $\frac{1}{1000}$ des Gantzen.

§. 403. Eine Quadrat-Prime heist ein Numerus planus, dessen jede Seite eine Prime ist. So ist eine Quadrat-Secunde, dessen Seite eine Secunde.

§. 404. Eine Cubic-Prime ist ein Numerus solidus, dessen jede Seiten eine Prime; eine Cubic-Secunde, dessen Seite eine Secunde ist.

Zusatz.

§. 405. Hieraus erkennet man leicht, was Quadrat-Tertien, Quarten, Quinten rc. sind.

II. Willkührliche Grund- und Lehr-Sätze.

§. 406. Daß ein Gantzes mit einer übergeschriebenen Null, Primen mit einem übergeschriebenen Strich, Secunden mit 2 Strichen, Tertien mit 3 Strichen, u. s. w. bezeichnet werden.

§. 407. Die Decimal gelten nach ihrer Stelle, wie die gantzen Zahlen nach ihrer Stelle gelten. (§. 399. §. 28.)

§. 408. Alle Decimal-Zahlen können unter eine Benennung gebracht werden. (§. 138. und §. 399.)

§. 409. Die Summe und Difference zweyer Decimal-Zahlen einer Benennung behält eben die Benennung, die die vorhabende Zahlen hatten. (§. 140. 144.)

§. 410. Wenn zwey Decimalen mit einander multipliciret werden, so ist das Zeichen des Products zusammen gesetzet aus den beyden Zei-

Zeichen des Multiplicandi und Multiplicatoris. (§. 149. 399.)

§. 411. Wenn eine Decimalis durch die andere dividiret wird, so ist der Uberschuß des von des Dividendi Zeichen abgezogenen Zeichens des Divisoris, das Zeichen des Quotientis. (§. 156. §. 399.)

1. Zusatz.

§. 412. Daher muß des Dividendi Zeichen so groß seyn, daß des Divisoris Zeichen davon kan abgezogen werden.

§. 413. Das Zeichen der Radicis quadratæ ist die Helffte des Zeichens des Quadrati. (§. 410. §. 284.)

2. Zusatz.

§. 414. Daher muß das Zeichen der Zahl, woraus Radix quadrata wenigstens per approximationem soll gezogen werden, iederzeit paar, das ist II. IV. VI. IIX. u. s. f. seyn.

§. 415. Das Zeichen einer radicis cubicæ ist der dritte Theil des Zeichens des Cubi. (§. 413. §. 290.)

3. Zusatz.

§. 416. Daher muß das Zeichen der Zahl, woraus Radix cubica, wenigstens per approximationem soll gezogen werden, sich just in drey thei-

len lassen, das ist, es muß seyn III, oder VI, oder IX. u. s. f.

III. Aufgaben.

1. Aufgabe.

§. 417. Decimal-Zahlen auszusprechen. Z. E.

$\overset{0}{34}\quad \overset{I.}{3}\quad \overset{II.}{4}\quad \overset{III.}{5}$

Sprechet iedes mit seinem Zeichen aus, so heist die Zahl 34 Gantze, 3 Primen, 4 Secunden, 5 Tertien; (§. 400. & seqq.) oder sprechet alle Zahlen zusammen unter dem letzten Zeichen aus, so heisset sie: vier und dreyßig tausend, dreyhundert fünff und viertzig Tertien, (§. 208.)

2. Aufgabe.

§. 418. Jede ausgesprochene Zahl zu schreiben. Z. E. fünff und sechzig Gantze, drey Primen, sieben Quarten.

Schreibet jede Zahl mit ihrem Zeichen, als $\overset{0}{65}$, weiter $\overset{I}{3}$ und endlich $\overset{IV}{7}$. Doch erfüllet auch mit Nullen die ermangelnden Stellen der Decimal-Brüche, als $\overset{II}{0}$ und $\overset{III}{0}$, so stehet die Zahl also:

o I. II.III.IV.
6 5 3 0 0 7 oder 653007 (IV. (§. 59. §. 406. und §. 407.)

3. Aufgabe.

§. 419. Eine Decimal-Zahl zu einer beliebigen Benennung zu vergrössern, ohne Abgang

o I
ihrer Geltung. Z. E. 365 sollen Tertien werden. Setzet so viel Nullen hinzu als zu Ter-

o I II III
tien nöthig sind, alsdenn kommt 3 6 5 0 0. (§. 113. §. 399.)

Zusatz.

§. 420. Eben so kan man auch durch Abstreichung der letzten Nullen, nebst ihrem Zeichen eine Zahl zu kleinern Nennern machen, als vor 65300 (III setzet 652 (I.

4. Aufgabe.

§. 421. Decimalen zu addiren. Z. E.

o I
304. 12714. 3206. 574.

Machet die Data alle zu gleicher Benennung, addiret alsdenn, wie die gemeinen gantzen Zahlen addiret werden, und gebet der Summe das Zeichen, das die Data hatten. (§. 409.)

	3040 (*II*
	12714 (*II*
	3206 (*II*
	5740 (*II*
Facit	24700 (*II* oder §. 420. §. 247 (0

It. add. 36 (0   345 (*I*   936 (*II*
Fac. 7986 (*II*

It. — 5634 (*II*   2403 (*II*   9875 (*II*
Fac. 17912 (*II*

It. — 3534 (*II*   4316 (*II*   6812 (*II*
Fac. 14422 (*II*

5. Aufgabe.

§. 422. Decimalen von einander zu subtrahiren.

Z. E. von 2756 (*II* subtrah. 1968 (*II*

Machet beyderseits einerley Benennung, wo sie unterschiedlich ist, subtrahiret alsdenn, wie bey gemeinen gantzen Zahlen geschiehet, und gebet dem Uberschuß das Zeichen, das die Data hatten.

	2˙7˙5˙6 (*II*	Item von 25 (0 oder	2˙5˙0˙0 (*II*
	1 9 6 8 (*II*	subtrah.	9 6 4 (*II*
Fac.	7 8 8 (*II*		1 5 3 6 (*II*

It.

It. von 125 (o subtr. 6035 (*II* fac. 6465 (*II*
von 5387 (*II* subtr. 22 (o fac. 3187 (*II*
von 8933 (*II* subtr. 7033 (*II* fac. 1900 (*II*
oder 19 (o

6. Aufgabe.

§. 423. Decimal-Zahlen mit einander zu multipliciren.

Z. E. 125 (o mit 115 (*II*

Hier brauchts nicht, daß die Zahlen einerley Benennung sind, darum multipliciret wie die gemeine gantze Zahlen multipliciret werden, und gebet dem Product zum Zeichen die Summe der Zeichen des Multiplicandi und des Multiplicatoris. (§. 410.)

```
   125 (o        item        319 (I
   115 (II                   255 (II
  ---------                 --------
    625                       1595
   125                       1595
  125                        638
  ---------                 ---------
Fac. 14375 (II       Fac. 81445 (III od. bey-
                              nahe 8145 (II
```

It. 678 (*I* mit 339 (*I* Fac. 229842 (*II*
818 (*II* mit 25 (*I* Fac. 20450 (*III* od. 2045 (*II*

1. Zusatz.

1. Zusatz.

§. 424. Ein Quadratus hat ein doppeltes Zeichen der Radicis. (§. 410.)

Z. E. 24 (I
24 (I

96
48

---

576 (II

2. Zusatz.

§. 425. Ein Cubus hat ein dreyfaches Zeichen der Radicis, (§. 410.)

Z. E. 24 (I
24 (I

Quadrat. 576 (II
24 (I

Cubus 13824 (III

3. Zusatz.

§. 426. Wer auch bey dem Numero plano die Zahl zeichnen oder aussprechen will durch Quadrat-Primen, und so weiter, der findet leicht, daß ein Planum nach dem §. 403,

o I II o I
10423 könne 104, 23 geschrieben und 104 gantze 23 Quadrat-Primen ausgesprochen wer-

werden, nur muß das letzte Zeichen paar seyn: so auch wer einen Numerum solidum durch cubische Primen u. s. w. aussprechen will, kans thun §. 404, wenn nur das letzte Zeichen sich in drey theilen lässet. Als 104789, 104, 789 sind 104 gantze und 789 cubische Primen.

(Zeichen über 104789: o I II III, über 104, 789: o, I)

7. Aufgabe.

§. 427. Eine Decimal durch die andere zu dividiren. Z. E. 224 (o durch 125 (I Verhöhert das signum dividendi, daß es zum wenigsten dem signo divisoris gleich werde; Besser aber (und damit man den Quotienten per approximationem finde) um zwey oder mehr Grad weiter, dividiret nach gemeiner Art, ziehet endlich das Zeichen des Divisoris vom Zeichen des Dividendi ab, der Uberschuß ist das Zeichen des Quotienten. (§. 411. &c.)

Div. 224 (o od. 2240 (I od. 2'2'4000 (III (1792 (II
durch 125 (I 125 (I : :

```
  125(I::
  -------
   99'0::
   875::
  -------
   1150:
   1125:
  -------
    250
    250
  -------
    000
```

Item:

Item: 229842(ıı durch 339(ı facit 678(ı
Item: 2045 (ıı durch 818(ıı facit 25(ı

Zusatz.

§. 428. Wenn nach gnugsamer Erhöhung des Dividendi dennoch einiger Uberschuß bleibet, so achtet man dessen, als einer Kleinigkeit nicht, es wäre denn, daß es auf Kleinigkeiten ankäme. Z. E. divid. 30(o mit 227 (ı

3·0·000(ııı (132(ıı
227(ı:
———
73·0:
681:
———
49·0
454
———
36

8. Aufgabe.

§. 429. Aus einer Decimal-Quadrat-Zahl die Quadrat-Wurtzel zu extrahiren. Z. E. aus 3456(ı. Weil die Zahl, woraus radix quadrata soll gezogen werden, zum Zeichen paar muß haben, (§. 414.) so erhebet die Zahl, biß sie ein paar zum Zeichen haben kan, erhöhet sie aber auch, nach Belieben, durch noch einige paar Nullen weiter, weil doch kein ander radix, als per approximationem insgemein daraus wird, extrahiret darauf radicem nach gemei-

meiner Art, und gebet der radici zum signo das halbe signum der vorhabenden Zahl.

3|45|60|00|00 (*VI.* (18590 (*III* oder 1859 (*II*
1|: : : : : : : :
245 : : : : : :
28 : : : : : :
224 : : : : : :

2160 : : : :
365 : : : :
1825 : : : :

33500 : :
3709 : :
33381 : :

11900
37180

It. extr. rad. quadr. aus 41616(*ii* rad. 204(*i*
= = = 50(0 = 707(*ii*
= = = 72(*i* = 268(*ii*

9. Aufgabe.

§. 430. Aus einer Zahl eine radicem cubicam zu ziehen; zum Ex. 365(*i*

Weil das Zeichen der Zahl, woraus radix cubica soll gezogen werden, in drey muß können getheilet werden, (§. 416.) so erhöhet die Zahlen nicht allein so weit, als hiezu nöthig ist, sondern hänget auch noch ferner daran so vielmahl drey

Nullen, als es nöthig befunden wird, extrahiret die radicem cubicam, wie in gantzen Zahlen gebräuchlich, und den dritten Theil des Zeichen des Cubi gebet der Radici zum Zeichen. Radix Cub. aus 365 (*I* oder 36500 (*III*

```
oder 3'6|500|000(VI (331 (II
   27|:
   ---
      9 500
    3-27:
    9 - 9
   ---------
        27
       81
      81
   ---------
      8937
   ---------
      563000
      3267:
         99 &c.
   ---------
```

Item: aus 18386064 (*VI* ist rad. cub. 254 (*II*
" 5107431 (*VII* " " 789 (*III*

10. Aufgabe.

§. 431. Auf die Decimal-Zahl die Regul Detri zu appliciren.

Dieses brauchet keiner neuen Anweisung, sondern giebt sich selbst, nach obigem Unterricht. Z. E.

100000

100000(0 — 264(1 — 9654(0
264(1

38616
57924
19308

2548656(255 (11
100000

Anmerckung.

§. 432. Wenn man an statt der Decimal-Zahlen die Logarithmos gebrauchet, so hat man im Multipliciren, Dividiren und Extrahiren der Wurtzel, abermahl Vortheile, welches ohne weitere Anweisung zu thun leicht ist, nach dem vorigen 3. Capitel.

Des andern Buchs V. CAPUT.

Von der Sexagenen und der Sexagesimal-Zahl.

I. Definitiones oder Erklärungen.

§. 433. Diese Zahlen kommen in der Astronomia, auch zum Theil in der Chronologia vor. Sie werden aber also genannt, weil sie in der Proportion 60 auf- und absteigen.

§. 434. Ein Grad ist der 360ste Theil eines Circuls, er sey groß oder klein.

§. 435. Ein Signum heißt 30 Grad.

§. 436. Sexagena oder Sexagena Prima heisset 60 Grad oder Stunden (oder zuweilen Tage.)

§. 437. Sexagena Secunda heist 60 Sexagenæ Primæ.

§. 438. Sexagena Tertia heißt 60 Sexagenæ Secundæ, u. s. w.

§. 439. Sexagesima oder Minutum primum heißt $\frac{1}{60}$ eines Grads, oder Stunden, oder zuweilen Tages.

§. 440. Eine Secunde heißt $\frac{1}{60}$ einer Prime.

§. 441. Eine Tertie heißt $\frac{1}{60}$ einer Secunde. u. s. w.

II. Willkührliche und Grund-Sätze.

§. 442. Daß Gantze, als Stunden, zuweilen Tage, allezeit aber Gradus mit einer Null gezeichnet werden.

§. 443. Daß die Strichlein also wie folget: ‵ ‵‵ ‵‵‵ sexagenas primas, secundas, tertias; so aber ′ ″ ‴ sexagesimas oder minuta prima, secunda, tertia, bedeuten.

§. 444. Daß man einen gantzen Circkel, wo es nöthig ist, könne zusetzen und wegwerffen.

§. 445. Hier unter die Grund-Sätze gehöret der Canon Sexagenarum, den man nicht entbehren kan beym Multipliciren, Dividiren, und der Extraction der Radicis, worinn die Quadrat-Zahlen mit * gezeichnet. vid. sub Signo A.

§. 446. Eine Sexagena sind zwey Signa. (§. 335. §. 336.) Sechs Sexagenen oder 12 Signa sind ein gantzer Circkel.

Zusatz.

§. 447. Daher gilt hier 0 Sign. und 12 Sign. oder 6 Sexagenen auf gewisse Maße einerley.

§. 448. Was über oder zu 60 wächset, wird aus Tertien zur Secunde, aus Secunden zur Prime, und so weiter.

§. 449. Das letzte Signum des Multiplicatoris zum letzten Zeichen des Multiplicandi addiret, giebt das Zeichen des Products.

§. 450. Das letzte Signum des Divisoris vom letzten Signo des Dividendi subtrahiret, giebt das letzte Signum des Quotienten.

§. 451. Das letzte Signum des Quadrati halbiret, giebet das Signum der letzten Zahle der Radicis.

1. Aufgabe.

§. 452. Eine Sexagenar-Zahl auszusprechen. Z. E.

29‶ 43‵ 48° 17′ 36″

Sprechet jedes nach seinem Zeichen aus, so befindet sich die Zahl 29 Sexagenæ secundæ, 43 Sexagen. 48 Grad. 17 Primen, 36 Secunden.

Item: $9^s\ 12^\circ\ 33'\ 14''$ 9 Signa, 12 Grad, 33 Primen, 14 Secunden.

Anmerckung.

§. 453. Einige Astronomische Tabellen durch Sexagenen und Gradus, wie Calvisius in Chronologia, Landsberg; einige durch Signa und Gradus, wie Streete, Strauchius; einige theils durch Sexagenen, theils durch Signa, wie Kepplerus; drum muß man beyderley gewohnet seyn. Und weil zuweilen das Multipliciren durch Signa und Gradus ziemlich verworren ist, so wird nöthig seyn, daß man die Gradus und Signa, nicht weniger auch Tage und Stunden zu Sexagenen mache, wozu §. 466. wird Anleitung zu geben seyn. conf. §. 446.

2. Aufgabe.

§. 454. Sexagesimal-Zahlen zu addiren.

Z. E. $3^{\backprime}\ 40^\circ\ 36'\ 20''$ | $5^{\backprime}\ 22^\circ\ 33'\ 24''$ | $2^{\backprime}\ 3^\circ\ 15'\ 19''$

Setzet jedes unter seines gleichen, addiret jede Stelle besonders, und so offt die Summe 60 (bey den Gradibus aber, wo man Signa hat,

hat, 30) wird, rechnet der folgenden Stelle eins zu §. 448, die Zeichen der Summe sind mit den Datis einerley.

	3ˋ	40°	36′	20″
	5.	22.	33.	24.
	2.	3.	15.	19.
Facit	11ˋ	6°	25′	3″ od. (§. 447.) 5ˋ 6° 25′ 3″

Item	11ˋ	29°	34′	18″
	9.	7.	25.	37.
	6.	3.	17.	29.
Facit	3s.	10°	17′	24″.

3. Aufgabe.

§. 455. Von Sexagesimal-Zahlen. Z. E. von 3ˋ 43° 20′ 0″ | 5ˋ 50° 49′ 40″ zu subtrahiren.

Subtrahiret gleiches von gleichem, und borget, wo es nöthig, durch ein Punct von der nächsten Stelle, welches denn 60 (ein geborgtes Signum aber 30 Grad: und ein geborgter gantzer Circkel 6 Sexagenen oder 12 Signa) giebt, und gebet dem Uberschuß das Zeichen der Datorum.

von	3`	43°	20′	0″
subtrah.	5`	50°	49′	40″
Fac.	3`	52°	30′	20″

Item: von	6`	7°	33′	14″
subtr.	4`	58°	51′	33″
Fac.	1`	8°	41′	41″

Item: von	10^s	13°	24′	8″
	9^s	18°	33′	10″
Fac.	0^s	24°	51′	8″

Item: von.	0^s	23°	27′	48″
	9^s	28°	13′	26″
Fac.	9^s	25°	14′	23″

4. Aufgabe.

§. 456. Sexag. mit Sexag. z. E.

4` 40° 33′ 38″ mit 36′ 48″ zu multipliciren.

Ver-

Vermittelst des Canonis Sexagen. führet des Multiplicatoris letzte Specimen 48″ durch alle Species des Multiplicandi nach einander, nemlich 48 mahl 38, 48 mahl 33 und so weiter, schreibet aber die Facta ordentlich nieder; Hernach führet auch die andere Speciem des Multiplicatoris durch alle Species des Multiplicandi, und schreibet die Facta gleichfalls, doch eine Stelle weiter den Anfang zu machen, ordentlich nieder, addiret die Facta gebührend zusammen, und gebet der letzten Zahl des Products zum Zeichen die Summe der letzten Zeichen des Multiplicandi und Multiplicatoris.

		4`	40°	33′	38″	
				36′	48″	
				30.	24.	48 m. 38 ist 30.24
			26.	24.		48—33—26.24
		32.	0.			48—40—32. 0
	3.	12.	22.	48.		48— 4— 3.12
		19.	48.			36 m. 38 ist 22.48
	24.	0.				36—33—19.48
2.	24.					36—40—24. 0
						36— 4— 2.24

Fac. 2` 52° 4′ 37″ 42‴ 24⁗ od. 2` 52° 4′ 38″

It. mult. 31'55'' mit 25'46'' fac. 13'47''23'''10''''.

27'30'' mit 33'17'' fac. 31. 53. 47. 30.

48'45'' mit 29'58'' fac. 24. 20. 52. 30.

1. Zusatz.

§. 457. Wenn im Multiplicando Signa und Gradus vorkommen, so müssen die Signa erst (446) zu Sexagenen gemachet werden. Z. E.

$11^s 21°. 34' 18''$ sollen mit 32' 48'' multipliciret werden, setzet

5` 51° 34' 18'' vor $11^s 21°$ 34' 18''.

```
          32' 48''
        ----------
            14.24
        35. 12.|
     40. 48.|
    4.  0.|9. 36
   ----------
       18. 8
   27. 12
 2. 40
-------------------------------------
3` 12° 11' 41'' 2''' 24'''' oder 6ˢ 12° 11' 41''
```

2. Zu-

2. Zusatz.

§. 458. In Zeit-Rechnung sind ordinair die Stunden die Gantzen, und Primen sind der sechzigste Theil der Stunde: und diese gantze Stunden können im Multipliciren zu Sexagenen anwachsen.

3. Zusatz.

§. 459. Auf die Sexagesimales hat man besondere Logarithmos, die in Streetens Carolinis, Kepleri Rudolphinis Tabulis, und andern mehr zu finden, ausgerechnet, durch dieselbe kan man vortheilhafftig durch Addiren multipliciren. Z. E.

Mult. 35′ 36″ — Log. 2267
mit 45′ 18″ — — 1221
3488 fac. 26′ 53″

Item: mult. 30′ 11″ — Log. 2984
mit 26. 55 — — 3484
6468 fac. 13′ 32″

5. Aufgabe.

§. 460. Sexagen. durch Sexag. zum Ex. 5' 33° 25' 18" durch 30' 25" zu dividiren.

Setzet zum Dividendo zum Nothfall noch einige Nullen mit gebührenden Zeichen, leget den Divisorem unter die vordersten Zahlen zur Lincken, wie sichs schicken will (30 kan man unter 5 nicht setzen, drum rücket man sie unter 33) wie folget:

5' 33° 25' 18" 0''' 0'''' (
30' 25".

Die erste Stelle des Divisoris 30, suchet in dem einen Rande des Canon. Sexag. gehet in dessen Felder fort, biß ihr darinn die Zahl des Dividendi 5. 33 oder etwas geringers findet, so giebet der andere Rand den Quotienten 11, oder wenigstens 10, wie hier denn 10 der Quotient ist. Schreibet diesen an gehörigen Ort, multipliciret damit durch Hülffe des Canon. Sexagen. den Divisorem, und das Product subtrahiret vom Dividendo.

5ˢ 33° 25′ 18″ 0‴ 0⁗ (10
30′ 25″

prod. 5. 4. 10 ÷

29. 15

Zu dem Uberschuß rücket die Zahl unter folgenden Zeichen, leget abermahl den Divisorem unter, und suchet mit der vordern Zahl 30, wie bevor, den Quotienten 57. multipliciret dadurch den Divisorem, und subtrahiret das Product vom Dividendo.

5ˢ 33° 25′ 18″ 0‴ 0⁗ (10. 57
30′ 25″
Prod. 5. 4. 10 ÷
29. 15. 18
30. 25
23. 45
28. 30
Prod. 28. 53. 45 ÷
21. 33

Zu dem Uberschuß rücket abermahl die Ziefer unter folgenden Zeichen, leget den Divisorem unter,

unter, suchet den Quotienten, multipliciret und subtrahiret wie vorher. Zuletzt ziehet das letzte Signum Divisoris vom letzten Signo des Dividendi ab, und gebet den Uberschuß zum Signo der letzten Zahl des Quotienten.

	5ˢ 35°	25′	18″	0‴	0⁗	(	10ˢ 57° 42′ 30″
	30′	25″	:	:	:		
Prod.	5. 4.	10.	÷	:	:		
	29.	15.	18.	:	:		
		30.	25.	:	:		
		23.	45.	:	:		
	28.	30.		:	:		
Prod.	28.	53.	45	÷	:		
		21.	33.	0	:		
			30.	25	:		
Prod.		21.	17.	30			
			15.	30.	0		
				30.	25		
Prod.			15.	12.	30		
				17.	30 &c.		

1. Zusatz.

§. 461. Man hat selten in praxi den Quotienten weiter nöthig, als biß Secunden, darum achtet man den kleinen Uberschuß zuletzt, wie im vorigen Exempel 17. 30 war, nicht weiter; es wäre denn, daß mans gar genau haben wolte, da man wohl, bis man Decimen oder Duodecimen bekommt, dividiren muß. Zur Ubung können dienen nachfolgende Exempel.

divid. 30° 21′ durch 2′ 28″ fac. 12ˋ 14° 35′ 40″
56′ 38″ — 30′ 32″ — — 1° 51′ 17″
48′ 30″ — 56′ 8″ — — 51′ 50″

2. Zusatz.

§. 462. Wenn Signa oder Tage vorkommen, muß man sie zu Sexagenen der Graduum oder der Stunden machen, ehe man dividiret.

Z. E.

Vor 3ˢ. 10°. 40′ 50″ setzet 1ˋ 40° 40′ 45″

Vor 6, Tage 12, St, 17′ 16″ setzet 2ˋ 36° 17′ 16″

3. Zusatz.

§. 463. Wenn Divisor in Sexagesimalen grösser als Dividendus ist, kan man gar vortheilhafftig durch die vorgedachten Logarithmos sexagesimalium durch bloßes subtrahiren die Division verrichten.

Z. E.

divid.	25′ 28″	Log. 3772	
durch	30′ 19″	Log. 2965.	
	—	757.	fac. 50′ 24″

It. divid.	15. 12.	Log. 5963	
durch	20. 48.	Log. 4601	
		1362.	fac. 42′ 51″.

6. Aufgabe.

§. 464. Aus einer Zahl. Z. E.
19′ 44″ 30‴ 25⁗ eine radicem quadratam zu ziehen.

Die Zahl, woraus radix quadrata soll gezogen werden, muß zum letzten Zeichen auch hier paar haben, und weil es in diesem Exempel

pel so ist, so setzet man von der Rechten an zu fangen nach zwey Zeichen einen Strich, wodurch die Zahl in zwey Glieder vertheilet wird, also:

$$19' \quad 44'' \mid 30''' \quad 25''''$$

Zu dem ersten Gliede 19. 44. suchet in dem Canone Sexages. die nächste Quadrat-Zahl (welche zu dem Ende mit * gezeichnet sind) solche ist 19. 16, und am Rande findet sich dessen Radix 34. Die Radicem setzet an gehörigen Ort nach dem Circkel-Strich, das Quadrat aber ziehet ab von dem vorhabenden Gliede.

$$\begin{array}{rr|l} 19' & 44'' & 30''' \quad 25'''' \quad (34 \\ 19 & 16 & \\ \hline & 28 & \end{array}$$

Zu dem Uberschuß rückt herunter das gantze folgende Glied, setzet darunter das Duplum der gefundenen Radicis als einen Divisorem, doch so, daß ein Platz zur Rechten ledig bleibet vor den neuen Quotienten. Das Duplum quotientis ist 1. 8. Hiemit als einen Divisore suchet den neuen Quotienten 25, setzet denselben nicht allein zu der Radice, sondern auch neben den Divisorem, multipliciret

 damit

damit den Divisorem zusamt dem angehängten neuen Quotienten und subtrahiret

	19′ 44″	30‴	25⁗	(34. 25.
	19. 16.			
		28.	30.	25
		1.	8.	25
			10.	25
		28.	20	
Prod.		28.	30.	25
		0	0	0

Der letzten Zahl der radicis gebt zum Zeichen das halbe letzte Zeichen des Quadrats, so ist die Radix 34′ 25″.

Zusatz.

§. 465. Die Cubische Wurtzel zu extrahiren, kommt bey den Sexagesimalen nicht vor, es wäre denn, daß mans zur Ubung versuchen wolte; auch die Extraction der radicis quadratæ gebrauchet man ietzo in diesen Zahlen so nothwendig nicht mehr, nachdem man mit der Trigonometria und denen Logarithmis vortheil-

theilhaffter ietzo das thun kan in der Astronomia, wozu man vor dem der Extraction bedurffte.

7. Aufgabe.

§. 466. Die Regul Detri auf die Sexagesimal-Zahl zu appliciren.

Die Sache ist demselben leicht, der multipliciren und dividiren kan, wenn nur der Satz ordentlich gesetzet wird. Solches aber kan erläutert werden durch zwey nachfolgende Vorfälle, worauf man sich §. 453. vorher bezogen.

a) Wie viel Sexagesimas eines Tages machen 20 Stunden, 25′ 30″?

24° (St.) — 1° (1 Tag) — 20° (St.) 25′ 30″

6) ——— 6) ————————
4 3° 24′ 15″
4) ——— 4) ————————
1° 51′ 3″ 45‴

Fac. 51′ 3″ 45‴ eines Tages, der hier ein gantzes ist.

b) Wie viel Stunden und Minuten sind 48′ 11″ eines Tages?

1°(Tag) — 24°(St.)—48′ 11″
——(6
4. 49. 6
——(4
19. 16. 24

Fac. 19. St. 16′ 24″

Die übrigen Aufgaben, die gleichfalls zur Regul Detri gehören, als die Verwandelung der Zeit in gradus æquatoris, und dieser in jene, verspahret man bis in die Astronomie; gnug daß hie angedeutet ist von ferne, daß die deßhalb verfertigte Tabulæ durch die Regul Detri vornemlich haben müssen ausgerechnet werden.

E N D E.

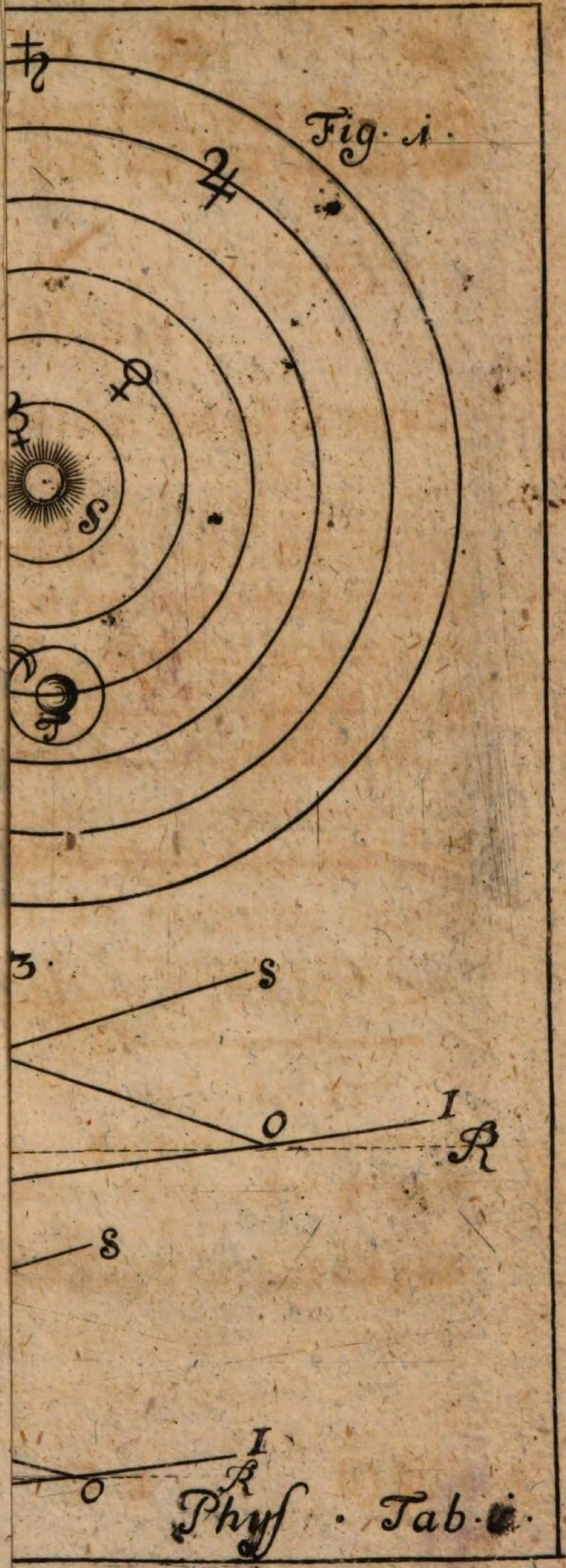


Fig. 1.
S
T
S
O
I
R
S
I
R
O
Phys. Tab.

Fig. 5.

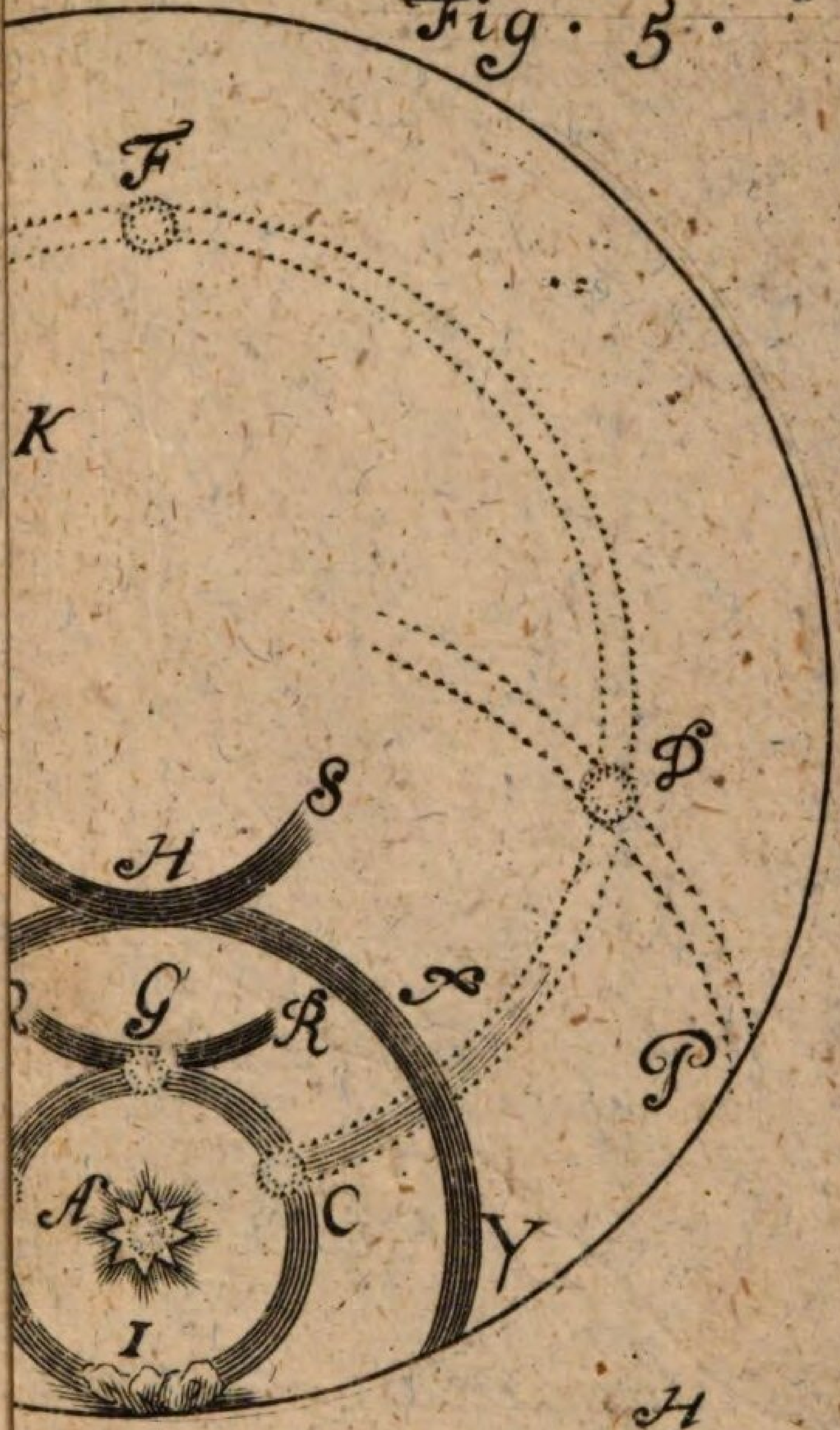


Fig. 6.

4.

Phyſ. Tab. 2.

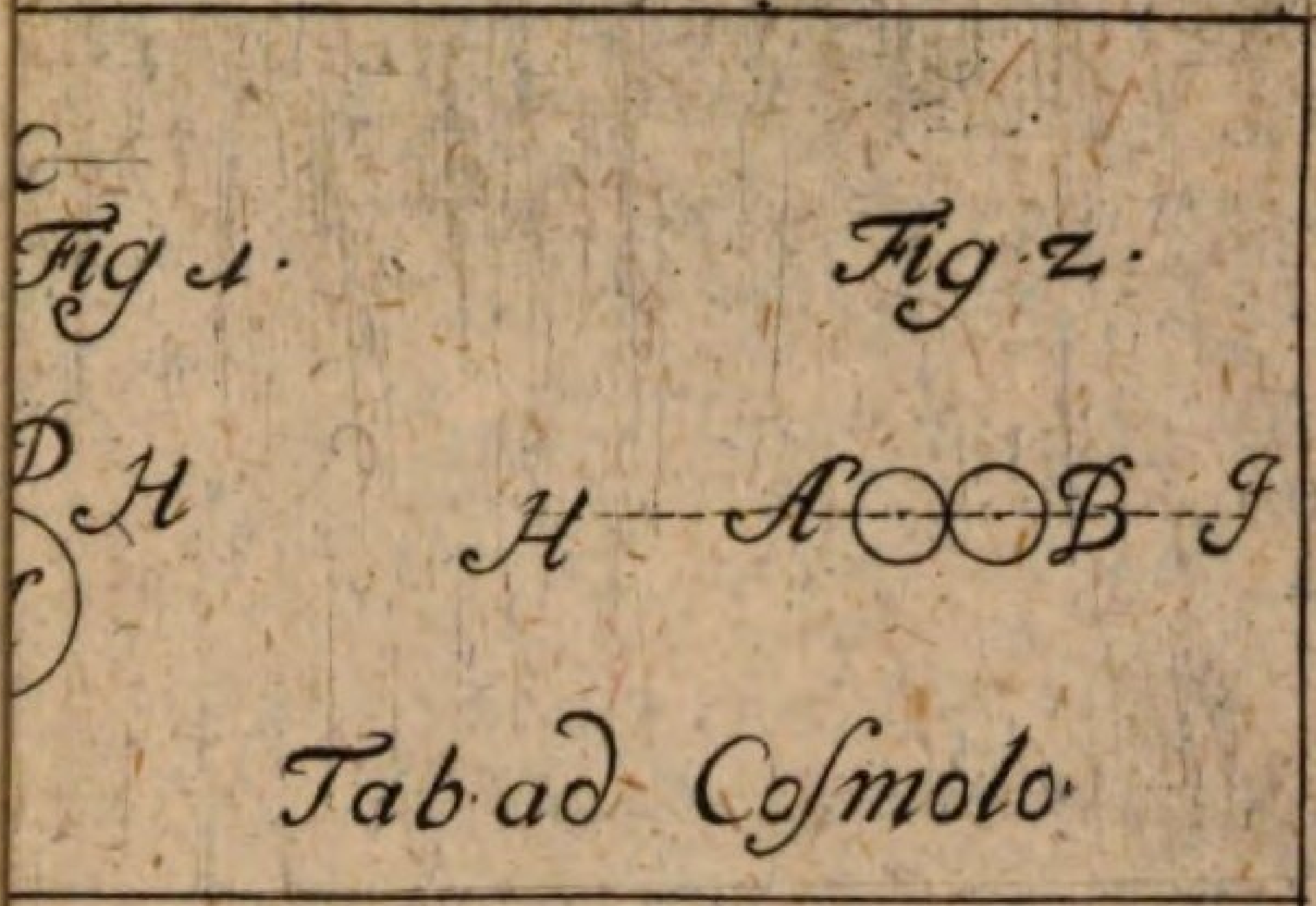
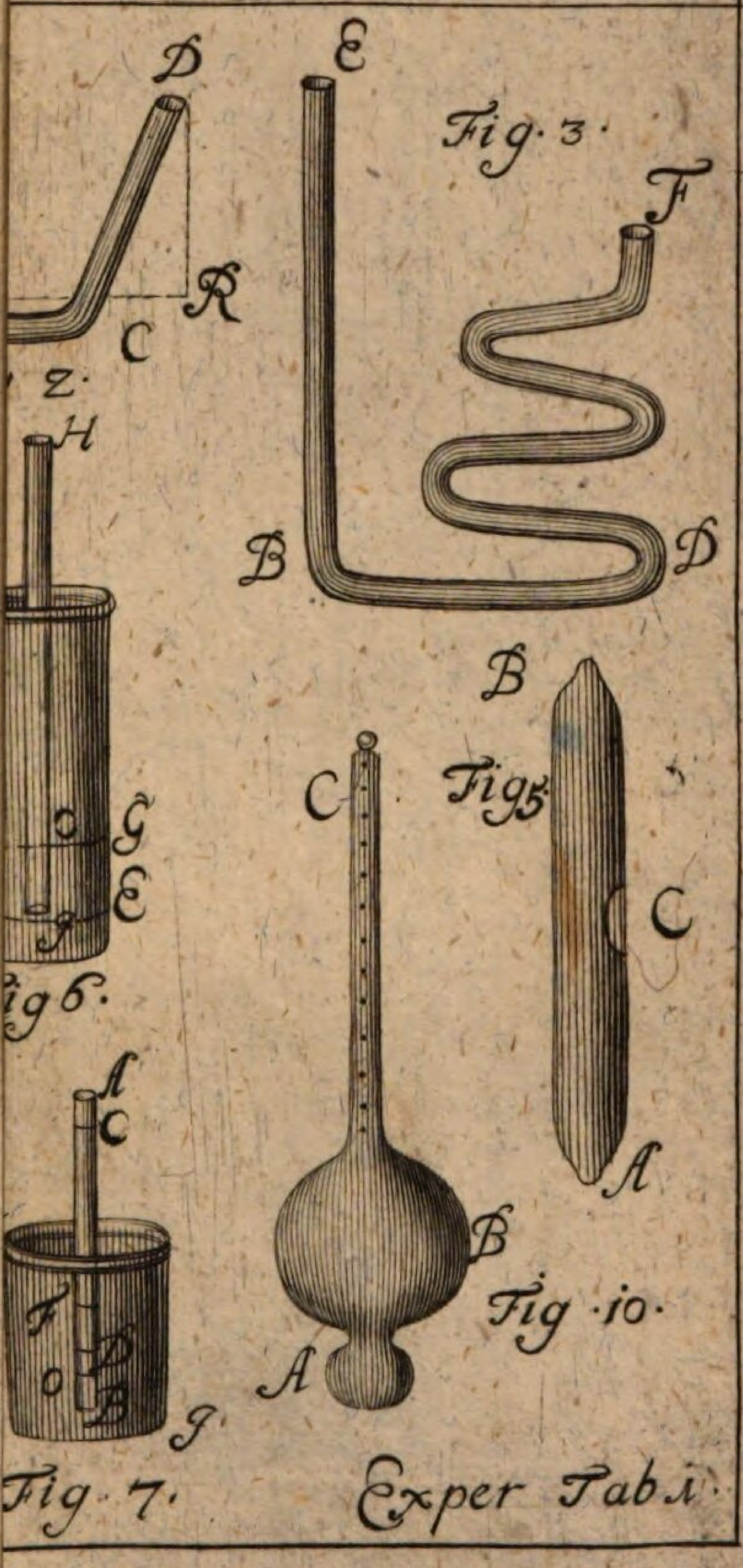
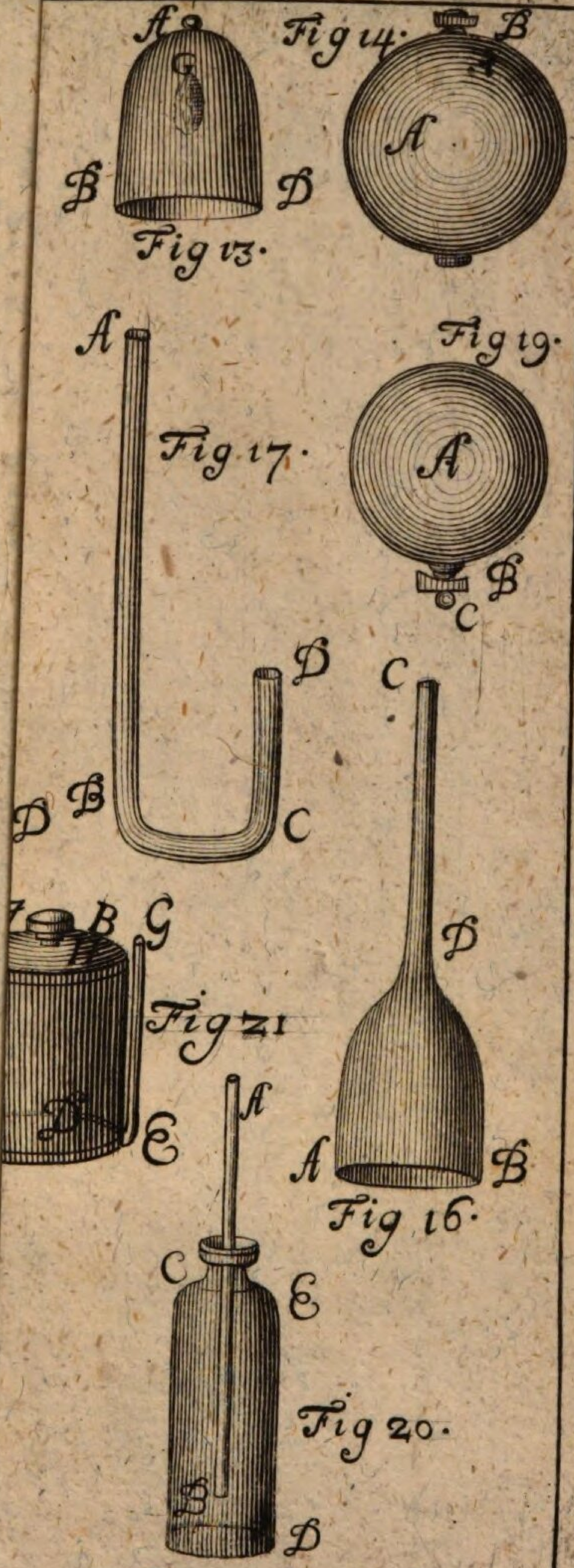


Fig 1.
D H
Fig 2.
H A B I
Tab ad Cosmolo


D
R
C
E
Fig 3.
F
B
D
H
G
E
ig 6.
B
C
Fig 5
C
A
A
C
F
D
B
I
B
Fig 10.
A
Fig 7.
Exper Tab 1.


A
G
B
D
Fig 13.
Fig 14.
B
A
A
Fig 17.
D
B
C
D
Fig 19.
A
B
C
C
D
A
B
Fig 16.
B
G
Fig 21
D
E
A
C
E
Fig 20.
B
D

Exper Tab. 2.

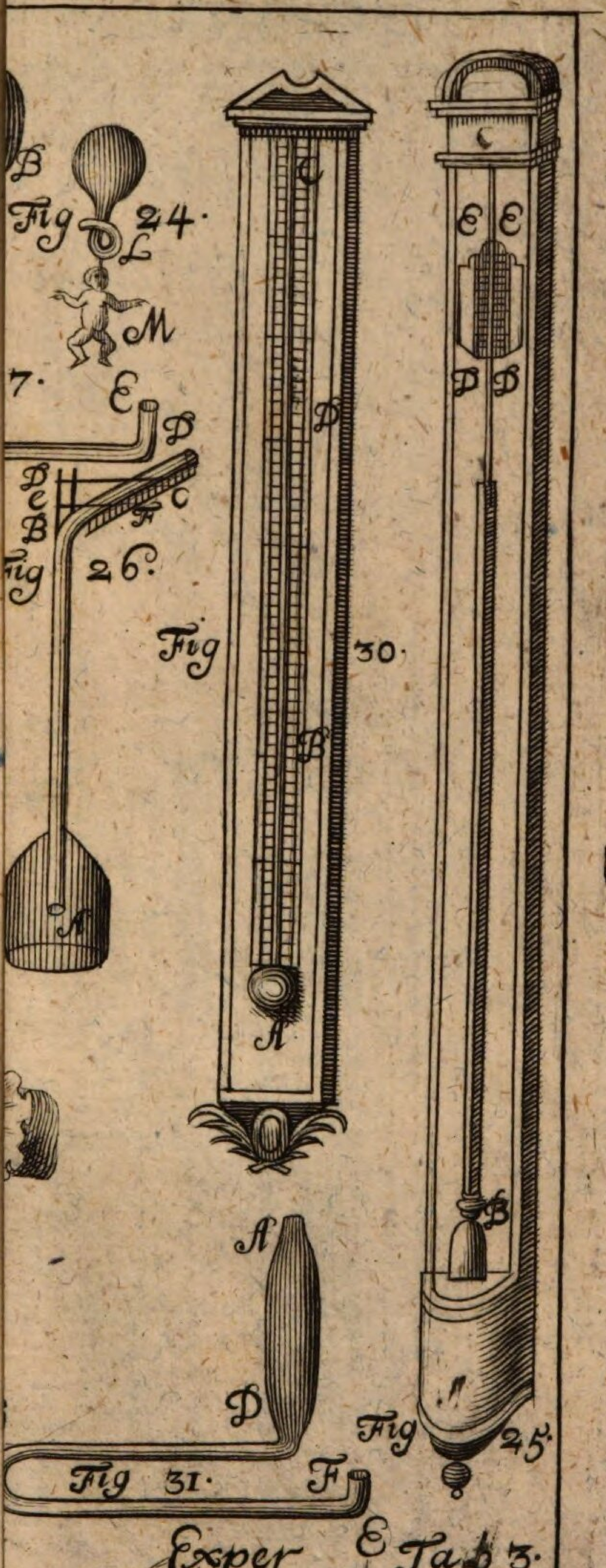
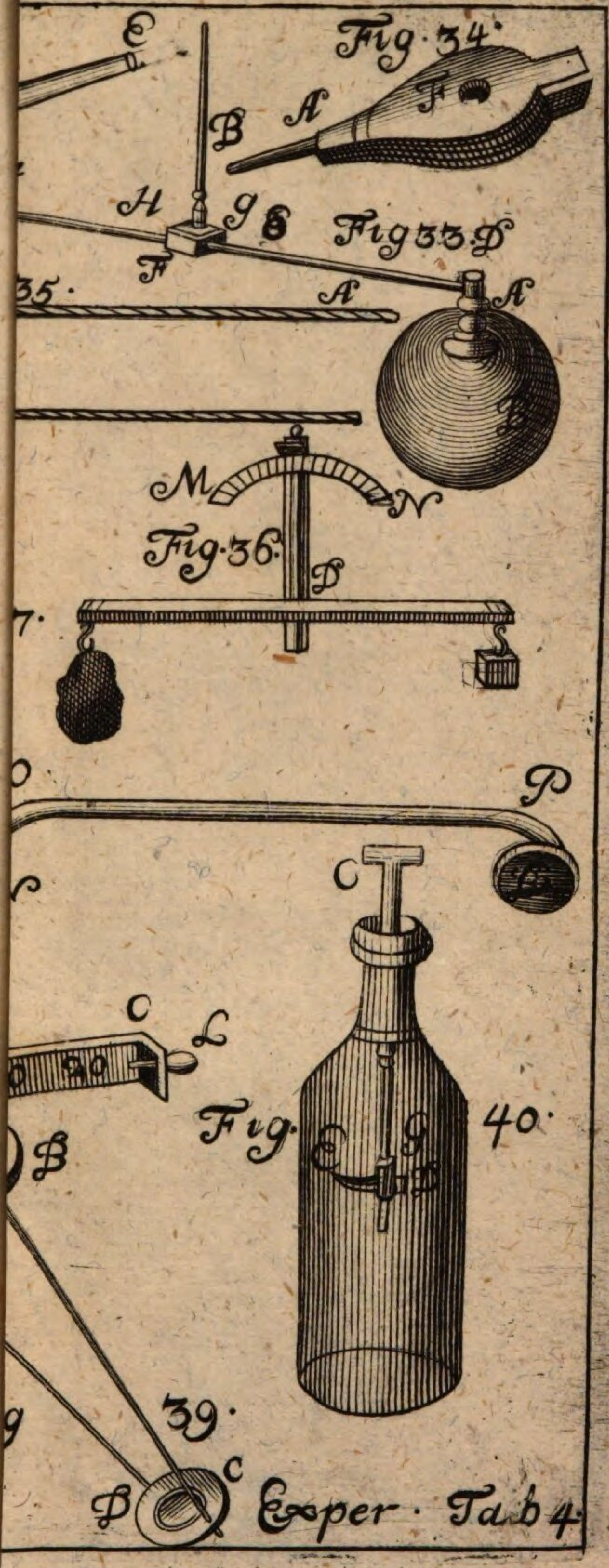
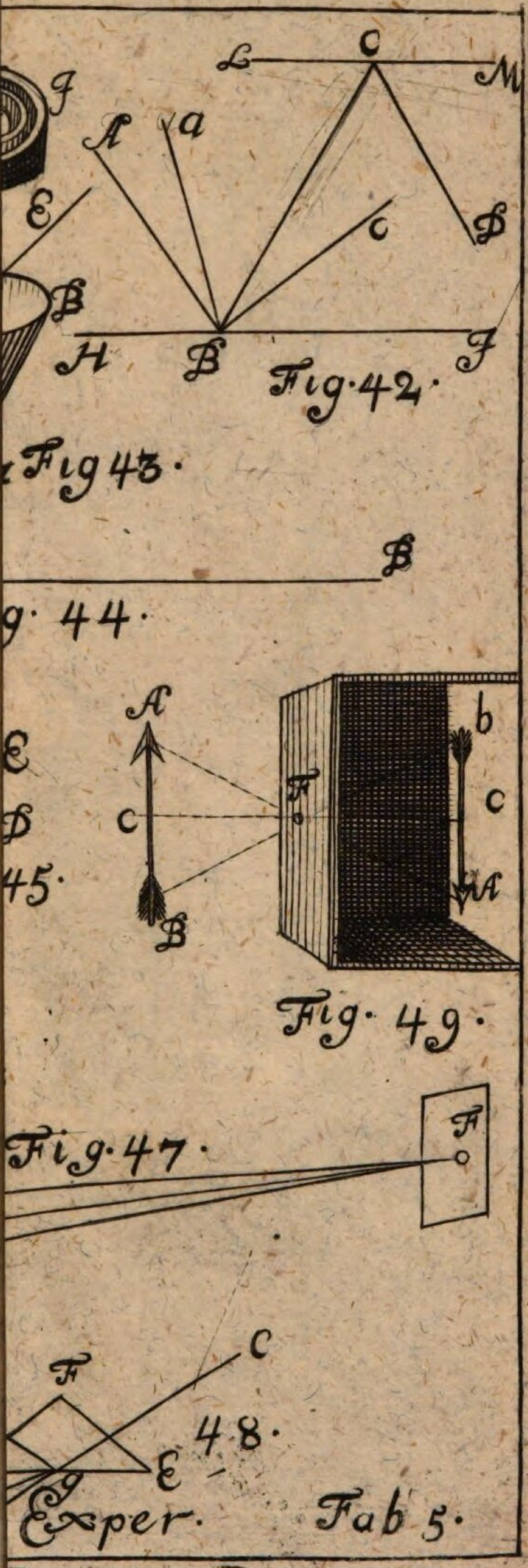
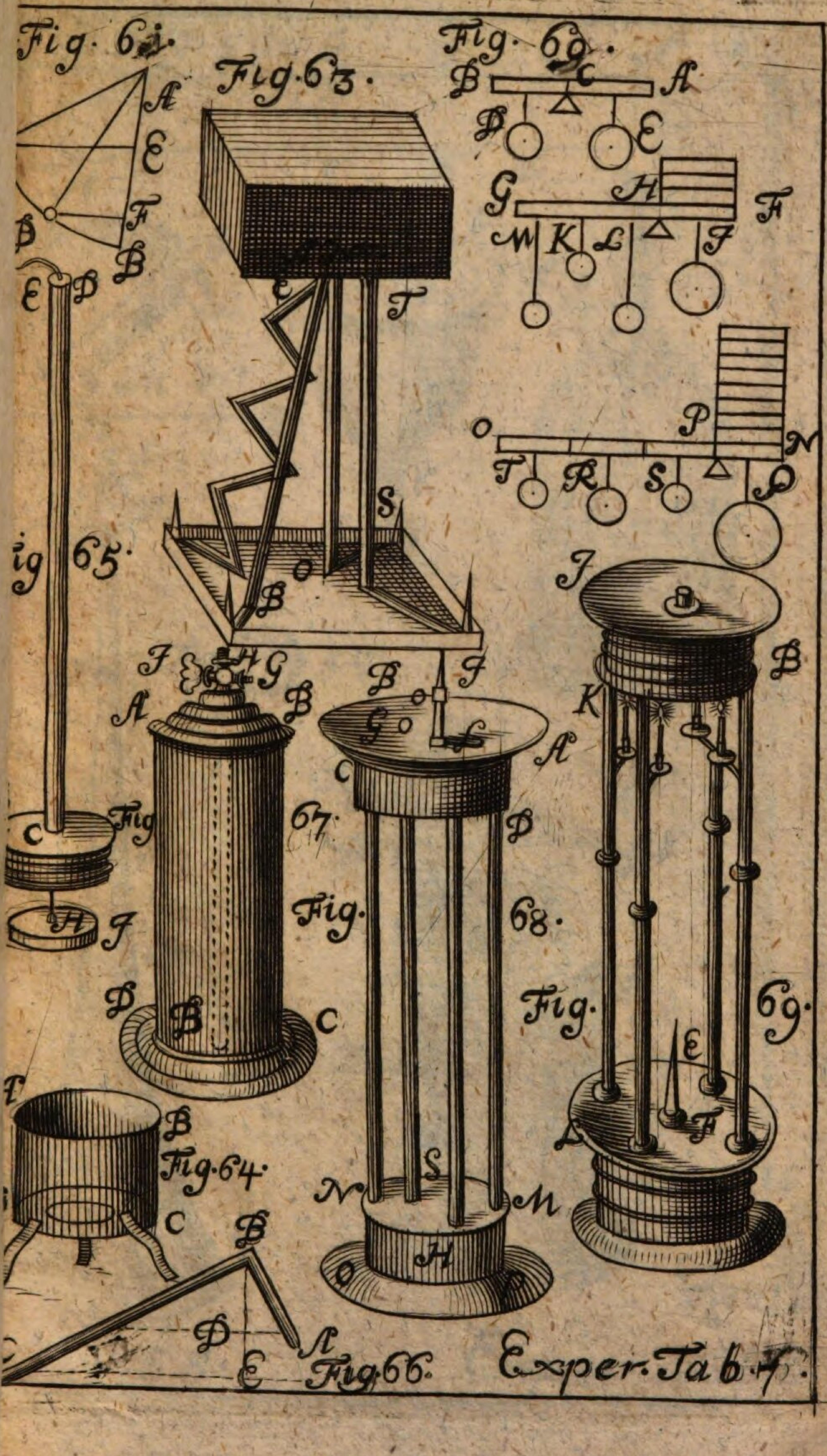


Fig 24.
L
M
Fig 26.
Fig 30.
Fig 31.
Fig 25.
Exper Tab 3.


Fig·34·
Fig 33·D
35·
Fig·36·
7·
40·
Fig·
39·
Exper · Tab 4·


L C M
A a
E
c
D
B
H B I
Fig.42.
Fig 43.
B
g. 44.
A
E
b
F
C
c
D
45.
A
B
Fig. 49.
F
Fig.47.
C
F
48.
E
g
Exper.
Fab 5.



Exper. Tab. 7.

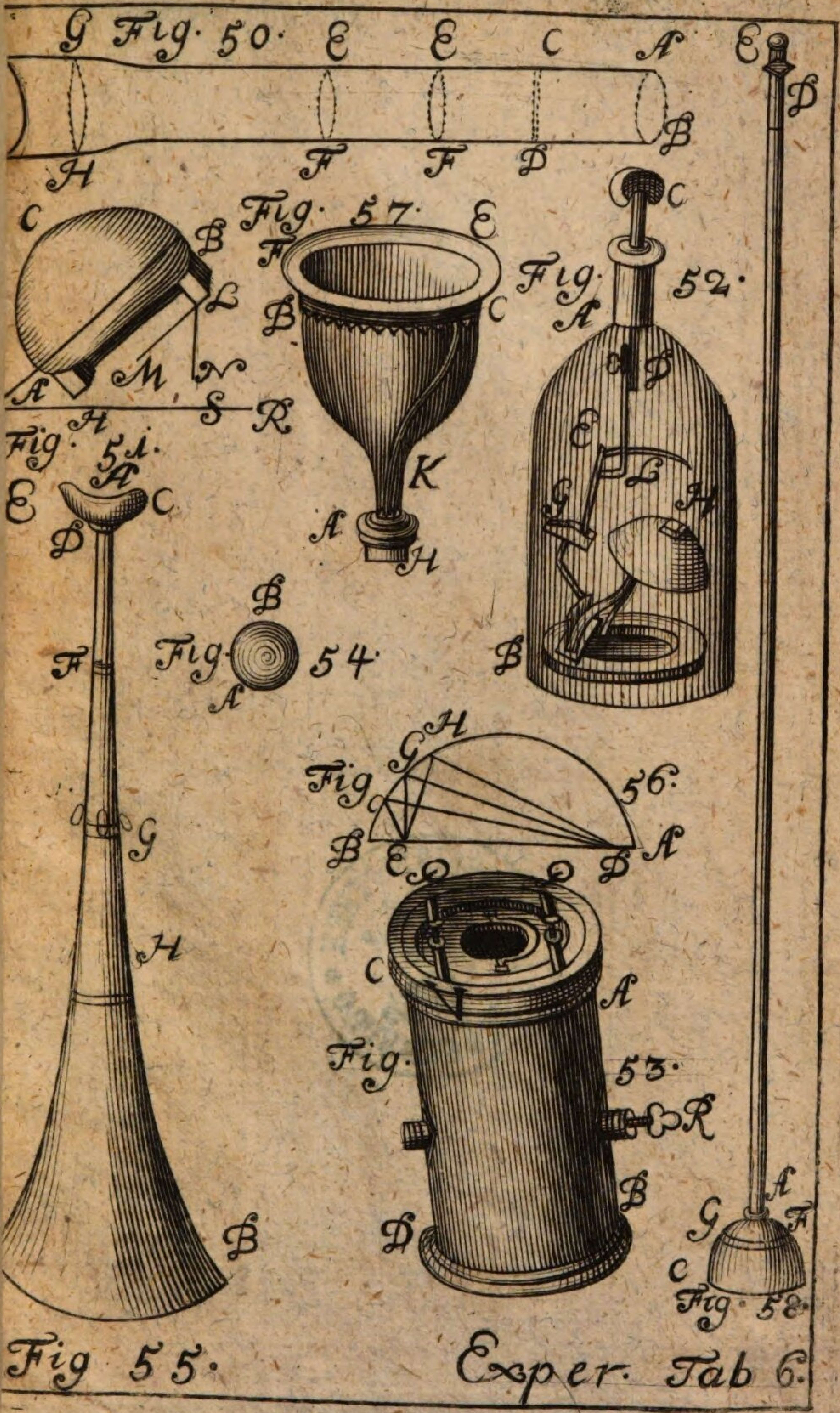


Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig 55.
Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.
Exper. Tab 6.

K. KREISBIBLIOTHEK
REGENSBURG

8049

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Elend, Johann Balthasar,

Einleitung Zur Arithmetischen Wissenschafft Zum Gebrauch der Schulen insgemein; Insonderheit der Lateinischen Schulen, also eingerichtet, Daß die nöthige Praxis Aritmetica deutlich gezeiget ... wird ; Nebst angehengten Exempel-Buch

[Hannover] 1724

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.549
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11109412-8
VD18 1250047X-001